

**STRESS DISTRIBUTION IN A THICK-WALLED
CYLINDER WITH TWO CIRCULAR HOLES
UNDER TORSION MOMENT**

**Dr. Eng. IHSSAN TARSHA
CIVIL ENG . AL-BAATH UNIVERCITY**

ABSTRACT

This study contains two parts . The first one is a theoretical study to find mathematical model and for determination shear stresses in a thick walled cylinder with two circular holes under torsion moments using plane theory of elasticity and complex potential method which are defined its constant coefficients by jointly solution of three groups of Algebra linearly infinitely equations .

The second parts contains general program written by (Q.Basic) language which can be used for the solution of Algebra equations with any limit number of equations taken form each group . And determination shear stresses for number of points located on the same axis .

توزع الاجهادات في اسطوانة تخينة الجدران

د . إحسان الطرشة

مدرس في كلية الهندسة المدنية

جامعة البعث

ملخص البحث :

يتألف هذا البحث من جزأين رئيسيين ، يتضمن الجزء الأول دراسة نظرية لإيجاد موديل حسابي لتعيين الإجهادات المماسية في أسطوانة تخينة الجدران تحوي فجوتين وتتعرض لعزم قتل وذلك اعتماداً على نظرية المرونة المستوية ، وباستخدام طريقة التوابع العقدية التي يتم تعيين حدودها الثابتة بالحل المشترك لثلاث مجموعات من المعادلات الجبرية الخطية اللانهائية. أما الجزء الثاني فيتضمن كتابة برنامج عام بلغة (Q.BASIC) نستطيع من خلاله حل المعادلات الجبرية الناتجة عن أخذ أي عدد محدد من كل مجموعة . وكذلك تعيين قيم الاجهادات المماسية في عدد من النقاط الواقعة على محور واحد .

المقدمة :

تعتبر طريقة الكمون العقدي من الطرق التي لاقت انتشاراً واسعاً في حل مسائل نظرية المرونة المستوية وخاصة الحدودية " الطرفية " منها ، وذلك بعد ظهور الآلات الحاسبة الالكترونية .

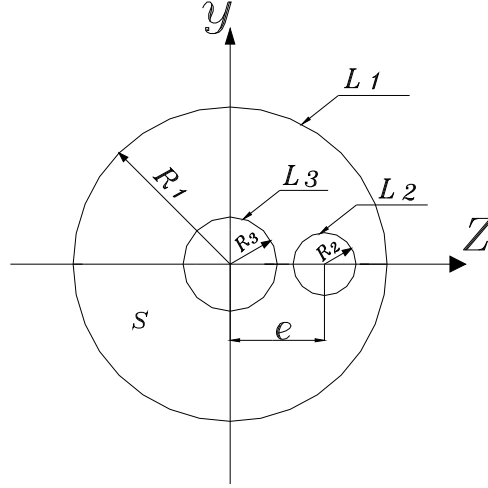
ويرجع الفضل للباحثين (G.V.Kolosoff - N.I.Muskhelishvili) في وضع أسس طريقة الكمون العقدي لحل معادلات نظرية المرونة المستوية باستخدام التوابع العقدية ، ومازالت علاقاتهما تستعمل حتى الآن . ولكن حل المعادلات التكاملية التي حصل عليها كان معقداً جداً لدرجة يصعب فيها التطبيق العملي .

فقام الباحث " D.I.Sherman 1959 " بتطوير طريقة الكمون العقدي وذلك بافتراض التابع المطلوب لحل المعادلات التكاملية على شكل سلسلة قوى فحصل على مجموعة من المعادلات الجبرية وطبق ذلك عملياً في حل عدة مسائل ولكن رغم ذلك بقيت طريقته مقتصرة على حل بعض الحالات الخاصة .

ولكن أعمال الباحثين (U.A.Amenzade U.A.Bahtyarof) قد ساعدت في انتشار طريقة الكمون العقدي وجعلها طريقة عملية ، حيث تفرض التوابع العقدية التحليلية في المقطع

المدرّوس على شكل سلسلة قوى حدودها الثابتة تعين بحل عدد من المعادلات الجبرية الخطية التي تنتج عن تعويض تلك التوابع المفروضة في الشروط الحدية للمسألة المدروسة .
 إن البحث المقدم هو حل لأحدى مسائل الفتل الهامة ، باستخدام التوابع العقدية .
هدف البحث وطريقته :

إن هدف البحث هو إيجاد موديل حسابي لتعيين الإجهادات المماسية في أسطوانة ثخينة الجدران نصف قطرها (R_1) ومعرضة لعزم فتل (M_1) وتحوي فجوتين دائريتين على كامل طولها ، الأولى نصف قطرها (R_2) والبعد بين مركزها ومركز الأسطوانة (e) . والثانية نصف قطرها (R_3) ومتحدة بالمركز مع الأسطوانة كما في الشكل (1) .



الشكل (1)

وكما هو معلوم من طريقة الكمون العقدي أن تعيين الإجهادات في هذه الأسطوانة يكون بالبحث عن تابع عقدي $F (Z)$ ، إن هذا التابع تحليلي في الساحة . المجال . ثنائية الترابط (S) (ويحقق الشروط الحدودية التالية :

$$F (t) + \overline{F (t)} = t \cdot \bar{t} + C_i \quad L_i \quad (i = 1,2,3) \quad (1)$$

حيث :

t : دليل النقاط على المحيط $L_i \quad (i = \overline{1,3})$

$C_i \quad (i = \overline{1,3})$: ثوابت مجهولة يمكن افتراض أحدها بشكل اختياري أما الآخرين فيجري

تحديدهما نتيجة حل المسألة .

التابع العقدي التحليلي يمكن افتراضه بشكل مجموع تابعين أي :

$$F (z) = F_1 (z) + F_2 (z)$$

حيث :

$F_1(z)$: تابع تحليلي ضمن الحلقة $R_3 \leq |z| \leq R_1$

$F_2(z)$: تابع تحليلي خارج المحيط L_2 [8] .

ونفرض كلاً من $F_2(z) \& F_1(z)$ بالشكل التالي :

$$F_1(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{z}{R_1} \right)^k + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{R_3}{z} \right)^k$$

$$F_2(z) = \sum_{k=1}^{\infty} d_k \left(\frac{R_2}{z - e} \right)^k .$$

وبالتالي :

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{z}{R_1} \right)^k + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{R_3}{z} \right)^k + \sum_{k=1}^{\infty} d_k \left(\frac{R_2}{z - e} \right)^k \quad (2)$$

ونجري تشكيل التابع $F(z)$ على L_1 ، فالحد الأول من العلاقة (2) يتم تشكيله كما يلي :

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{z}{R_1} \right)^k = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{t}{R_1} \right)^n \quad (3)$$

والحد الثاني :

$$\sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{R_3}{z} \right)^k = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \left(\frac{R_3}{R_1} \right)^n \cdot \left(\frac{R_1}{t} \right)^n \quad (4)$$

والحد الثالث :

$$\sum_{k=1}^{\infty} d_k \left(\frac{R_2}{t - e} \right)^k = \sum_{k=1}^{\infty} d_k \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^k \cdot \left(\frac{R_1}{t} \right)^k \cdot \left(1 - \frac{e}{t} \right)^{-k}$$

وباعتبار أن : $\left| \frac{e}{t} \right| < 1$ على L_1 نجد :

$$\sum_{k=1}^{\infty} d_k \left(\frac{R_2}{t - e} \right)^k = \sum_{k=1}^{\infty} d_k \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^k \cdot \sum_{\nu=0}^{\infty} (-1)^\nu C_{-k}^\nu \cdot \left(\frac{e}{R_1} \right)^\nu \cdot \left(\frac{R_1}{t} \right)^{k+\nu}$$

وبفرض أن : $n = k + \nu$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} d_k \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^k \sum_{n=k}^{\infty} (-1)^{n-k} \cdot C_{-k}^{n-k} \cdot \left(\frac{e}{R_1} \right)^{n-k} \cdot \left(\frac{R_1}{t} \right)^n$$

وبالأخذ بالاعتبار أن [9] :

$$\sum_{k=1}^{\infty} \dots \sum_{n=k}^{\infty} \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \dots \sum_{k=1}^n \dots$$

يكون :

$$\sum_{k=1}^{\infty} d_k \left(\frac{R_2}{t-e} \right)^k = \sum_{n=1}^{\infty} d_n^* \left(\frac{R_1}{t} \right)^n$$

حيث :

$$d_n^* = \sum_{k=1}^n (-1)^{n-k} \cdot C_{n-k} \cdot \left(\frac{e}{R_1} \right)^{n-k} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^k \cdot d_k \quad (5)$$

وبتعويض (3) و (4) و (5) في العلاقة (2) نجد :

$$F(t) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{t}{R_1} \right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \left(\frac{R_3}{R_1} \right)^n \cdot \left(\frac{R_1}{t} \right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} d_n^* \left(\frac{R_1}{t} \right)^n$$

$$\overline{F(t)} = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{R_1}{t} \right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \left(\frac{R_3}{R_1} \right)^n \cdot \left(\frac{t}{R_1} \right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} d_n^* \left(\frac{t}{R_1} \right)^n$$

وبالتعويض في (1) مع الأخذ بالاعتبار أن :

$$t \cdot \bar{t} = R_1^2$$

وأن : $C_1 = -R_1^2$: وهي قيمة الثابت الذي جرى افتراضه ، وبالتالي فإن العلاقة (1) تأخذ الشكل التالي :

$$F_1(t) + \overline{F_1(t)} = 0 \quad (6)$$

وبالتعويض في (6) نحصل على :

$$a_n + b_n \cdot \left(\frac{R_3}{R_1} \right)^n + d_n^* = 0 \quad (7)$$

والحد الثابت ... $a_o = 0$

نشكل التابع $F(z)$ على L_2 بشكل $\left(\frac{t-e}{R_2} \right)$

الحد الأول :

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{Z}{R_1} \right)^K &= \sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{t}{R_1} \right)^k \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{e}{R_1} \right)^k \cdot \left(1 + \frac{t-e}{e} \right)^k \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} a_k \sum_{n=0}^k C_k^n \left(\frac{e}{R_1} \right)^{k-n} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^n \cdot \left(\frac{t-e}{R_2} \right)^n
\end{aligned}$$

ونعلم أن :

$$\sum_{k=0}^{\infty} \dots \sum_{n=0}^k \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \dots \sum_{k=n}^{\infty} \dots$$

نجد :

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{t}{R_1} \right)^K = a_o^* + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^* \left(\frac{t-e}{R_2} \right)^n \quad (8)$$

حيث أن :

$$a_n^* = \sum_{k=n}^{\infty} C_k^n \left(\frac{e}{R_1} \right)^{K-n} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^n \cdot a_k$$

نشكل الحد الثاني بالشكل $\left(\frac{t-e}{R_2} \right)$ وبحيث يكون $\left| \frac{t-e}{e} \right| < 1$

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{R_3}{Z} \right)^K &= \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{R_3}{t} \right)^k \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{R_3}{e} \right)^k \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{t-e}{e}} \right)^k \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cdot \left(\frac{R_3}{e} \right)^k \cdot \left(1 + \frac{t-e}{e} \right)^{-k}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{R_3}{e} \right)^k \cdot \sum_{n=0}^{\infty} C_{-k}^n \cdot \left(\frac{R_2}{e} \right)^n \cdot \left(\frac{t-e}{R_2} \right)^n \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} b_n^* \cdot \left(\frac{t-e}{R_2} \right)^n \\
&= b_0^* + \sum_{n=1}^{\infty} b_n^* \cdot \left(\frac{t-e}{R_2} \right)^n \quad (9)
\end{aligned}$$

حيث أن :

$$b_n^* = \sum_{k=1}^{\infty} C_{-k}^n \cdot \left(\frac{R_3}{e} \right)^k \cdot \left(\frac{R_2}{e} \right)^n \cdot b_k$$

نشكل الحد الثالث :

$$\sum_{k=1}^{\infty} d_k \cdot \left(\frac{R_2}{z-e} \right)^k = \sum_{n=1}^{\infty} d_n \cdot \left(\frac{R_2}{t-e} \right)^n \quad (10)$$

وبتعويض (8) و (9) و (10) في (2) نجد :

$$\begin{aligned}
F(t) &= a_o^* + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^* \left(\frac{t-e}{R_2} \right)^n + b_o^* + \sum_{n=1}^{\infty} b_n^* \cdot \left(\frac{t-e}{R_2} \right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \left(\frac{R_2}{t-e} \right)^n \\
\overline{F(t)} &= a_o^* + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^* \left(\frac{R_2}{t-e} \right)^n + b_o^* + \sum_{n=1}^{\infty} b_n^* \left(\frac{R_2}{t-e} \right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \left(\frac{t-e}{R_2} \right)^n
\end{aligned}$$

وبالأخذ بالاعتبار أنه على L_2 لدينا :

$$t \cdot \bar{t} = (e + R_2 \cdot e^{i\theta}) (e + R_2 \cdot e^{-i\theta}) = e \cdot R_2 \left(\frac{t-e}{R_2} + \frac{R_2}{t-e} \right) + e^2 + R_2^2$$

وبالتالي العلاقة (1) تأخذ الشكل التالي :

$$F(t) + \overline{F(t)} = e \cdot R_2 \left(\frac{t-e}{R_2} + \frac{R_2}{t-e} \right) + d_o$$

حيث :

$$d_o = e^2 + R_2^2 + C_2$$

وبتعويض $F(t)$ و $\overline{F(t)}$ بما يساويها وبمقارنة الحدود المتشابهة مع بعضها البعض

نحصل على:

$$a_n^* + b_n^* + d_n = e \cdot R_2 \cdot \varepsilon(n) \quad (11)$$

حيث :

$$\varepsilon(n) = \begin{cases} 1 & \text{إذا } n = 1 \\ 0 & \text{إذا } n \neq 1 \end{cases}$$

والحد الثابت :

$$C_2 = -e - R_2^2 + 2 \cdot b_0^* + 2 a_0^*$$

ولكن :

$$\begin{aligned} a_0^* &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{e}{R_1} \right)^k \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^0 \cdot C_k^0 \cdot a_k \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{e}{R_1} \right)^k \cdot a_k \end{aligned}$$

وكذلك :

$$\begin{aligned} b_0^* &= \sum_{k=1}^{\infty} C_{-k}^0 \cdot \left(\frac{R_3}{e} \right)^k \cdot \left(\frac{R_2}{e} \right)^0 \cdot b_k \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{R_3}{e} \right)^k \cdot b_k \end{aligned}$$

وبالتعويض نجد :

$$C_2 = 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{e}{R_1} \right)^k \cdot a_k + 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{R_3}{e} \right)^k \cdot b_k - e - R_2^2$$

نشكل الآن التابع $F(Z)$ على L_3

فالحد الأول :

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{Z}{R_1} \right)^k = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{R_3}{R_1} \right)^n \cdot \left(\frac{t}{R_3} \right)^n \quad (12)$$

والحد الثاني :

$$\sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{R_3}{Z} \right)^k = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \left(\frac{R_3}{t} \right)^n \quad (13)$$

أما الحد الثالث :

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{\infty} d_k \left(\frac{R_2}{t-e} \right)^k &= \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \left(\frac{R_2}{e-t} \right)^k \cdot d_k \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \left(\frac{R_2}{e} \right)^k \cdot \left(\frac{1}{1-\frac{t}{e}} \right)^k \cdot d_k \\
&\quad \cdot L_3 \text{ حيث } \left| \frac{t}{e} \right| < 1 \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \left(\frac{R_2}{e} \right)^k \cdot d_k \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot C_{-k}^n \cdot \left(\frac{t}{e} \right)^n \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{R_2}{e} \right)^k \cdot d_k \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+k} \cdot C_{-k}^n \cdot \left(\frac{R_3}{e} \right)^n \cdot \left(\frac{t}{R_3} \right)^n \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} d_n^{**} \left(\frac{t}{R_3} \right)^n \\
&= d_0^{**} + \sum_{n=1}^{\infty} d_n^{**} \cdot \left(\frac{t}{R_3} \right)^n \tag{14}
\end{aligned}$$

حيث :

$$d_n^{**} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{n+k} \cdot C_{-k}^n \cdot \left(\frac{R_2}{e} \right)^k \cdot \left(\frac{R_3}{e} \right)^n \cdot d_k$$

وبتعويض (12) و (13) و (14) في (2) نجد :

$$F(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \left(\frac{R_3}{R_1} \right)^n \cdot \left(\frac{t}{R_3} \right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \left(\frac{R_3}{t} \right)^n + d_0^{**} + \sum_{n=1}^{\infty} d_n^{**} \left(\frac{t}{R_3} \right)^n$$

وبالتالي :

$$\overline{F(t)} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{R_3}{R_1} \right)^n \cdot \left(\frac{R_3}{t} \right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \left(\frac{t}{R_3} \right)^n + d_0^{**} + \sum_{n=1}^{\infty} d_n^{**} \left(\frac{R_3}{t} \right)^n$$

وبالتعويض في العلاقة (1) ومع الأخذ بالاعتبار أنه على L_3 لدينا $t \cdot \bar{t} = R_3^2$

ويمقارنة الحدود المتشابهة ذات الأسس المتساوي مع بعضها البعض نجد [7]:

$$a_n \cdot \left(\frac{R_3}{R_1}\right)^n + b_n + d_n^{**} = 0 \quad (15)$$

والحد الثابت :

$$2 a_0 + 2 \cdot d_0^{**} = C_3 + R_3^2$$

ومنه :

$$C_3 = 2 a_0 + 2 \cdot d_0^{**} - R_3^2$$

وحيث أن : $a_0 = 0$

$$C_3 = 2 d_0^{**} - R_3^2$$

بالتالي يكون :

ولكن :

$$\begin{aligned} d_0^{**} &= \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot C_{-k}^0 \cdot \left(\frac{R_2}{e}\right)^k \cdot d_k \cdot \left(\frac{R_3}{e}\right)^0 \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \left(\frac{R_2}{e}\right)^k \cdot d_k \end{aligned}$$

ومنه :

$$C_3 = - R_3^2 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \left(\frac{R_2}{e}\right)^k \cdot d_k$$

وبالتالي نكون قد حصلنا على ثلاث مجموعات من المعادلات الجبرية الخطية اللانهائية

(7) و (11) و (15) وهي :

$$a_n + b_n \cdot \left(\frac{R_3}{R_1}\right)^n + d_n^* = 0$$

$$a_n^* + b_n^* + d_n = e \cdot R_2 \cdot \varepsilon(n)$$

$$a_n \left(\frac{R_3}{R_1}\right)^n + b_n + d_n^{**} = 0$$

والحدود الثابتة هي :

$$C_1 = - R_1^2 ; a_0 = 0$$

$$C_2 = 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{e}{R_1}\right)^k \cdot a_k + 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{R_3}{e}\right)^k \cdot b_k - e - R_2^2$$

$$C_3 = - R_3^2 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \left(\frac{R_2}{e}\right)^k \cdot d_k$$

حيث أن :

$$\begin{aligned}
a_n^* &= \sum_{k=n}^{\infty} C_k^n \cdot \left(\frac{e}{R_1}\right)^{k-n} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^n \cdot a_k \\
d_n^* &= \sum_{k=1}^n (-1)^{n-k} \cdot C_{-k}^{n-k} \cdot \left(\frac{e}{R_1}\right)^{n-k} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^n \cdot d_k \\
d_n^{**} &= \sum_{k=1}^n (-1)^{n+k} \cdot C_{-k}^n \cdot \left(\frac{R_2}{e}\right)^k \cdot \left(\frac{R_3}{e}\right)^n \cdot d_k \\
b_n^* &= \sum_{k=1}^{\infty} C_{-k}^n \cdot \left(\frac{R_3}{e}\right)^k \cdot \left(\frac{R_2}{e}\right)^n \cdot b_k
\end{aligned}$$

واستناداً للأساس النظري لنظرية المرونة بشأن وجود حل ذي مدلول واحد لمسائل نظرية المرونة المستوية نستطيع القول بأن مجموعة المعادلات الجبرية الخطية اللانهائية الثلاثة (7 , 11 , 15) لها حل وحيد ومحدد [8].

هذا الحل يكون أولاً بأخذ عدد محدد (N) من المعادلات من كل مجموعة من المجموعات الثلاثة ، فمثلاً إذا أخذنا الحدود الخمسة الأولى (N = 5) من كل مجموعة من المجموعات الثلاثة فإننا نحصل على (5) × (3 = 15) خمس عشرة معادلة . ومن ثم نعين جذور تلك المعادلات " المعاملات الثابتة لسلسلة القوى " والتي هي : $(i = \overline{1, N})$; a_i , b_i , d_i .

وبالتالي نعين التابع العقدي $F(z)$ ونوجد قيم الثوابت C_i ($i = \overline{1, 3}$) ولحساب الإجهادات المماسية نطبق العلاقة (Amenzade , 1967) التالية :

$$\tau_{xz} - i \tau_{xy} = \mu \cdot \frac{M_t}{D} i [F'(z) - \bar{Z}] \quad (16)$$

حيث أن :

μ : معامل فيزيائي يتعلق بالمادة ويتطابق مع معامل القص G ويسمى بمعامل لامي .

D : صلابة المقطع على الفتل وتعطى بالعلاقة :

$$D = \mu \left[I_o - \frac{i}{4} \sum_{i=1}^3 \int_{L_i} F(z) - \overline{F(t)} d(t \cdot \bar{t}) \right] \quad (17)$$

\bar{Z} : نظير النقطة $z(x, y) = x + i y$ المطلوب حساب الإجهادات فيها .
 $F'(z)$: مشتق التابع العقدي الذي حصلنا عليه ويعطى بالعلاقة .

$$F(z) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left(\frac{k}{R_1} \right) \left(\frac{Z}{R_1} \right)^{k-1} - \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{k}{R_3} \right) \left(\frac{R_3}{Z} \right)^{k+1} - \sum_{k=1}^{\infty} d_k \left(\frac{k}{R_2} \right) \left(\frac{R_2}{z-e} \right)^{k+1}$$

الجزء العملي والمناقشة :

لقد تم وضع برنامج عام بلغة (Q . BASIC) يسمح بحل عدة مسائل بمعطيات " هندسية وفيزيائية " مختلفة .

ففي المثال التطبيقي الأول تم ادخال المعطيات الهندسية النسبية التالية بدلالة R_1 وهي :

$$(R_2 = 0,2 \cdot R_1 ; R_3 = 0,2 \cdot R_1 ; e = 0,6 \cdot R_1)$$

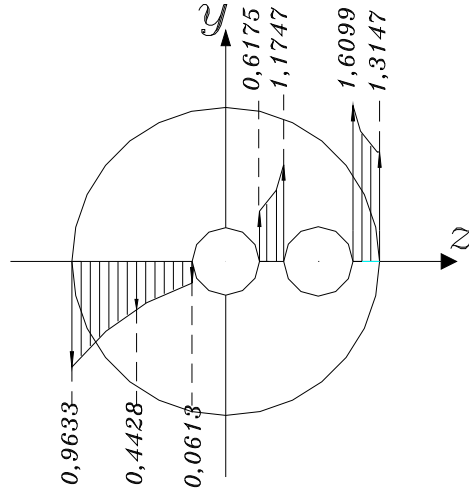
وتم حساب قي الإجهادات في نقاط محددة من العلاقة (16) وبدلالة $\left(\mu \frac{R_1 \cdot M_t}{D} \right)$

وذلك ليتسنى لنا مقارنة النتائج مع نتائج مسألة محلولة (Amenzade , 1967) والتي تعتبر حالة خاصة لمسألة البحث ، وللتوضيح نظمت قيم الإجهادات ضمن الجدول (1) ، ورسم مخطط توزيعها ، الشكل (2) .

الجدول (2) :

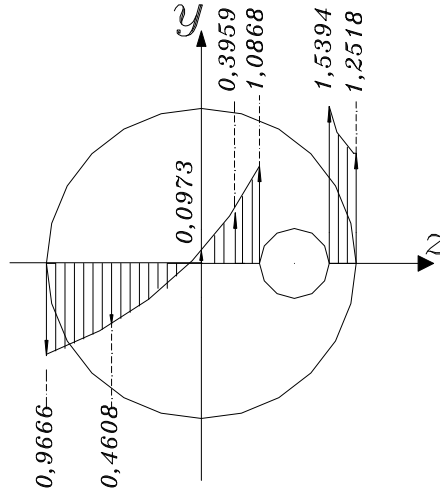
الجدول (1) :

الإجهادات $\left(\frac{\mu \cdot R_1 \cdot M_t}{D} \right) \cdot \tau_{xy}$	النقاط (Z)	الإجهادات $\left(\frac{\mu \cdot R_1 \cdot M_t}{D} \right) \cdot \tau_{xy}$	النقاط (Z)
0,9666	- R_1	0,9633	- R_1
0,4608	- 0,5 R_1	0,4428	- 0,5 R_1
- 0,0973	m0,001. R_1	0,0613	- R_3
- 0,3959	(e - R_2)/2	- 0,6175	R_3
- 1,0868	e - R_2	- 1,1747	e - R_2
- 1,5394	e + R_2	- 1,6099	e + R_2
- 1,2518	R_1	- 1,3147	R_1



الشكل (2)

أما في المثال التطبيقي الثاني فقد تم حل المسألة الخاصة ($R_3 = 0$) والتي تتطابق كما ذكرنا مع مسألة محلولة (Amenzade , 1967) وأعطيت نفس الأبعاد الهندسية في $\left(\mu \frac{R_1 \cdot M_t}{D} \right)$ و تم حساب الإجهادات بدلالة ($R_2 = 0,2 \cdot R_1 ; e = 0,6 \cdot R_1$) نقاط محددة لـ Z ونظمت النتائج ضمن الجدول (2) والشكل (3) .



الشكل (3)

أما صلابة المقطع العرضي على الفتل (D) فقد تم حسابها بشكل مستقل عن الإجهادات لنتمكن من مقارنة النتائج من جهة ومعرفة تأثير (D) على قيم الإجهادات من جهة أخرى [9].

هذا الحساب جرى بتطبيق العلاقة (17) ضمن برنامج الحاسب آخذين بعين الاعتبار أنه على المحيط L_1 لدينا :

$$t \cdot \bar{t} = R_1^2 \Rightarrow d(t \cdot \bar{t}) = d R_1^2 = 0$$

على المحيط L_2 لدينا :

$$d(t \cdot \bar{t}) = R_1 \cdot e \cdot d\left(\frac{R_2}{t - e} + \frac{t - e}{R_2}\right)$$

وعلى المحيط L_3 لدينا :

$$t \cdot \bar{t} = R_3^2 \Rightarrow d(t \cdot \bar{t}) = d R_3^2 = 0$$

وبالتعويض وإجراء بعض العمليات الرياضية البسيطة وجد أن :

$$D = \frac{\mu \cdot \pi}{2} \left[(R_1^4 - R_2^4 - R_3^4 - 2 \cdot R_2^2 \cdot e^2) + 2 \cdot R_2 \cdot e \cdot (a_1^* + b_1^* - d_1) \right]$$

أما بالنسبة للمسألة الخاصة فإن D تساوي :

$$D = \frac{\mu \cdot \pi}{2} \left[(R_1^4 - R_2^4 - R_2^2 \cdot e^2) + 2 \cdot R_2 \cdot e \cdot (a_1^* - d_1) \right]$$

النتائج :

- يمكن تلخيص النتائج الأساسية التي تم الحصول عليها على الشكل التالي :
- 1- باستخدام طريقة التوابع العقدية تم حل إحدى مسائل نظرية المرونة المستوية ، وإيجاد موديل حسابي لتعيين الإجهادات المماسية في اسطوانة ثخينة الجدران تحوي فجوتين دائريتين وتعرض لعزم فتل .
 - 2- إن عدد المعادلات (N) المأخوذ من كل مجموعة من المجموعات الجبرية الخطية (7 , 11 , 15) يتعلق بدقة الحل المطلوبة وقد تبين أن (N = 3) يعطي نتائج ذات دقة مقبولة .
 - 3- إن البرنامج الحاسوبي المكتوب بلغة (Q.BASIC) هو برنامج عام نستطيع من خلاله حل المعادلات الناتجة عن تحديد قيمة اختيارية ل (N) ، وبالتالي تعيين قيم المعاملات الثابتة لسلسلة القوى ، ومن ثم حساب قيم الإجهادات في نقاط محددة بأبعاد هندسية نسبية تتغير بتغير الأبعاد الهندسية للمسألة المدروسة .

- 4- لقد تم إدخال الأبعاد الهندسية (e, R_3, R_2) كنسبة من (R_1) وذلك ليتسنى لنا حل عدة مسائل وبمعطيات هندسية مختلفة ، علماً أن صلابة المقطع العرضي على الفتل (D) تتغير تلقائياً وفق الأبعاد الهندسية المختارة .
- 5- إن اختيار الأبعاد الهندسية (e, R_3, R_2) له تأثير كبير على تركيز الإجهادات حول الفتحات ، والتي لها أهمية كبيرة في التحقيق على المتانة للأسطوانة المدروسة .
- 6- إن النتائج التي تم الحصول عليها للمسألة الثانية تتطابق مع النتائج العددية للمسألة نفسها والموجودة بالمرجع (Amenzade , 1967) .
- 7- إن قيم الإجهادات التي تم الحصول عليها نظمت ضمن جداول ومخططات ليسهل استخدامها .

REFEREANCES

- 1-AMENZADE U.A , 1967 - theory of elasticity . high school , Moscow , 271 P .
- 2-BAHTEYAROF U.A , 1972 - on the torsion of prismatic beams with a doubly conected domian . Physical Mathematical and Mechanics of Sciences Series , NO . 4 , 32 - 36 .
- 3-MUSKHELISHVILI N.I , 1966 - Some basic Problems of the Mathematical theory of elasticity . Nauka , Moscow , 707 P .
- 4-PARTON B.Z and PERLEN P.U , 1977 - integral equations of the theory of elasticity . Nauka , Moscow , 311 P .
- 5-SHERMAN D.I , 1972 - on a method of Treatment of boundary - Value problems of The Theory of Functions and two-Dimensional Problems of the theory of elasticity , continuum mechanics and Related problems of analysis , NO . 1 , 635 - 665 .
- 6-TIMOSHENKO S.P and GOODIER J.N , 1957 - theory of elasticity . Mc Graw - Hill BOOK company , New York , 575 P .
- 7- Ihssan Tarsha, Torsion of Circular Bar With Tow Longitudinal Circular Hall, Science Week 37 in Damascus, Vol.1,1997.
- 8-Ihssan Tarsha, Numerical method analysis For solution an elasticity problem , Journal of AL-Baath University, Vol.23,2001.
- 9- Ihssan Tarsha and Soha Wahby, Torsion of Bar Consists of Three Different Material Pipes, Journal of AL-Baath University, Vol. 20,1998.