

Beam's deflection with opening web and effect of vertical stiffeners

Dr. Eng. IHSSAN TARSHA
CIVIL ENG.
AL-BAATH UNIVERSITY

Abstract

This paper is presented three methods for calculation of deflection in the simple beam with web Cellular or hexagonal opening web section , using finite element method by a structural analysis program " ANSYS " and complementary method and by elementary bending theory we have differential equation of curvature axis and solving it with program MATHLAB. And comparing between them.

Then study the effect of vertical stiffeners on the values of deflection .

Keywords : beam with opening web , lateral Stiffeners , deflection , finite element .

السهم في الجوائز المفرغة وتأثير المدعّمات الشاقولية

د.م إحسان الطرشة
أستاذ بكلية الهندسة المدنية
في جامعة البعث

ملخص البحث :

تم التركيز في هذا البحث على تحديد قيمة السهم في جائز بسيط ، وذلك عند وجود فتحات في جسده ذات شكل دائري Cellular أو سداسي منتظم hexagonal أو بدونها ، الشكل (2) . وذلك باستخدام ثلاث طرق مختلفة هي : برنامج التحليل الإنشائي " ANSYS " الذي يعتمد في تحليله طريقة العناصر المحدودة ، وطريقة الطاقة المتتمة ، وطريقة نظرية الانعطاف الأولية حيث تم تكامل معادلة المحور المرن التفاضلية باستخدام برنامج MATHLAB .
وقد تم تدعيم جسد الجائز بمدعّمات شاقولية Vertical Stiffeners لمعرفة أثر هذه المدعّمات على السهم .

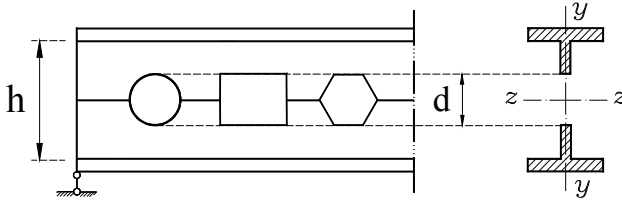
الكلمات المفتاحية: السهم ، الجوائز المفرغة ، المدعّمات الشاقولية، العناصر المحدودة.

المقدمة :

إن تأثير الفتحة على سهم جائزٍ يتعلّق بقياسها وشكلها ومكان توضعها ، وبشكل عام فإن وجود الفتحة في جسد الجائز يؤدي إلى تخفيض الصلابة في منطقة الفتحة وبالتالي زيادة السهم ، إن تأثير فتحة واحدة يكون صغيراً وبكل الأحوال فإن وجود فتحات متعددة يزيد السهم بشكل ملحوظ .

وبحسب الملخص الذي قدمه الباحث [1990] Darwin فإن للفتحات الدائرية تأثير أقل على قيمة السهم من الفتحات المستطيلة ، وإن قيمة السهم الذي تسببه الفتحة يزداد بزيادة قياسها وقربها من المسند [1] .

واستناداً للدراسة المقدمة من [1987] Donahy ; [1983] Redwood تسبب الفتحات المستطيلة ذات العمق d الذي يصل إلى 50% من عمق الجائز h والفتحات الدائرية ذات القطر d الذي يصل إلى 60% من العمق h سهماً إضافياً صغيراً يمكن تجاهله ، الشكل (1) ، [1] .

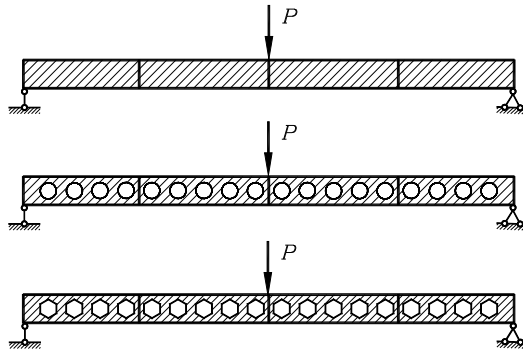


الشكل (1)

إن الإجراءات المتخذة لحساب السهم في الجوائز التي تحوي فتحات في الجسد ناقشها كل من [1983] Narayanan ; [1980] Dougherty ; [1972] McMormic والعديد غيرهم وذلك بتدعيم الفتحات بأشكال تدعيم مختلفة ليستعيد الجسد مقاومته [2,3] .

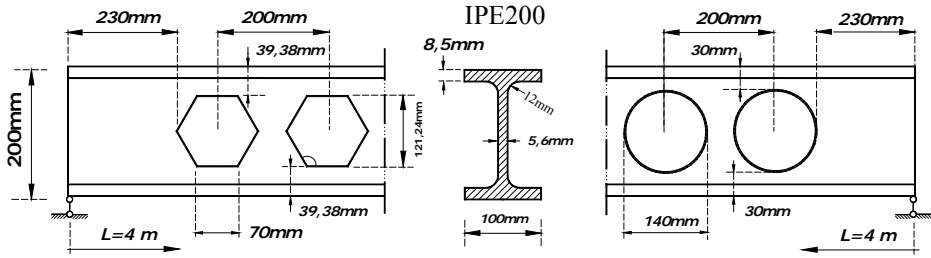
هدف البحث وطريقته :

في هذا البحث سنعالج ، حالة أولى ، مسألة تغير قيمة السهم لجائز بسيط Simple beam محمل بحمولة مركزة مطبقة في منتصف مجازه وعلى الجناح العلوي من المقطع وموازية للمحور $y - y$ وتمر من مركز ثقل مقطعه العرضي ، والجناح السفلي للمقطع العرضي يستند على مسندين بسيطين أحدهما ثابت والآخر متحرك أما المقطع العرضي للجائز المدروس فهو IPE200 ، الشكل (2) والشكل (3) .



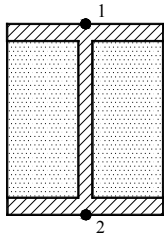
الشكل (2)

وتم حساب السهم الأعظمي للجائز المدروس في ثلاث حالات : حالة الجسد المليء أولاً، حالة الجسد المفرغ بأشكال دائرية cellular ثانياً ، حالة الجسد المفرغ بأشكال سداسية منتظمة hexagonal ثالثاً ، حيث تم اعتماد الكودات العالمية المستخدمة في England, America and Canada ، أو النموذج المعروف باسم Litzka-Schnittführung ، وذلك لتحديد أبعاد وتباعد الفتحات الواجب مراعاتها وفقاً لشكل الفتحة وأبعاد المقطع العرضي للجائز ، الشكل (3) ، [4].



الشكل (3)

أما في الحالة الثانية فقد تم حساب السهم الأعظمي بعد إضافة مدعّمات شاقولية



إضافية على جسد كل من الجوائز المدروسة في مكان استنادها .

وفي الحالة الثالثة تم حساب السهم الأعظمي عند إضافة مدعّمة شاقولية في مستوي تطبيق القوة الخارجية المركزة .

أما في الحالة الرابعة فقد تم حساب السهم الأعظمي عند إضافة مدعّمتين شاقوليتين في

الربعين الأول والثالث .

الشكل (4)

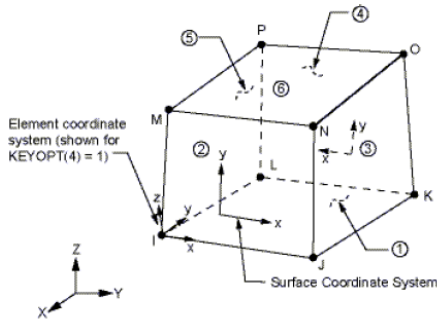
أي أن حساب السهم الأعظمي تم وفق الترتيب التالي للجائز : الجائز غير مدعم - الجائز مدعم بدعامتين - الجائز مدعم بثلاث دعائم - الجائز مدعم بخمس دعائم ، وذلك لكل من الجوائز الكامل والمفرغ والدائري .
 علماً أن المدعّمات الشاقولية المستخدمة التي تمت إضافتها في كافة الحالات المدروسة كانت بسماكة جسد المقطع أما عرضها المساوي لطول شفة الجناح البارزة فهو يحقق الشروط التي تمنع حدوث التحنيب الموضعي في هذه المدعّمات ، الشكل (4) .

1 - حساب السهم باستخدام الحاسوب :

لقد تم حساب السهم في الحالات المدروسة بطريقة العناصر المحدودة باستخدام الحاسوب وبعتماد برنامج التحليل الإنشائي ANSYS نظراً لإمكانيته في النمذجة والتحليل الإنشائي ، وتمت نمذجة تلك الحالات وفق المراحل التالية :

1. مرحلة ما قبل المعالجة " pre-processing " : في هذه المرحلة تم بناء نموذج عددي وتضمنت بشكل أساسي :

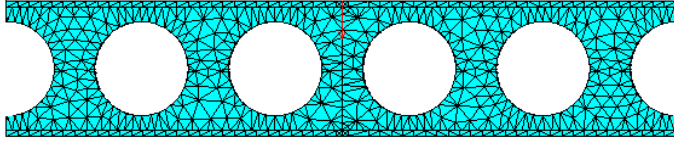
- نمذجة الشكل الهندسي للجائز بما في ذلك الفتحات والمدعمات وذلك بإدخال الأبعاد الهندسية المبينة بالشكل (3) .
- تعريف الخواص الفيزيائية لمادة الجائز : $\mu = 0,3$; $E = 2,1.10^5 \text{ Mpa}$; $\gamma = 78 \text{ KN/m}^3$ " الوزن النوعي - Specific Weight " والموافقة تقريباً لفولاذ من النوع Gr43 .
- نمذجة الشروط الطرفية حيث اعتبر استناد الجائز مفصلي ثابت من طرف ومفصلي متحرك من الطرف الثاني ، وتم تطبيق حمولة مركزة قيمتها 30 KN على منتصف الجناح العلوي للجائز .
- اختيار نوع العنصر المحدود من مكتبة برنامج ANSYS والتي تحوي عدد كبير منها ، وبعد التدقيق في هذه المكتبة ودراسة خواص كل عنصر فيها ، وفي مسألتنا تم اختيار العنصر المحدود Solid 45 (3D Structural Solid) المبين في الشكل (5) ، وللتعرف على خواص هذا العنصر بالتفصيل يمكن العودة إلى مكتبة البرنامج [5] .



الشكل (5)

هذا العنصر مُعرّف بثماني عقد لكل منها ثلاث درجات حرية وفق المحاور $x ; y ; z$ " دوران وانتقالين " ويمكن استخدامه أيضاً من أجل دراسة حالة اللدونة الإجهادية أو التشوهية الحجمية والزحف والانتفاخ والسهم والتشوهات الكبيرة .

- توليد الشبكة " Mesh Generation " واختيار نوعيتها وذلك بشكل تفاعلي في البرنامج ، حيث يتم تقسيم الجائز المدروس إلى مجموعة من العناصر المحدودة الموضحة بالشكل (6) .



الشكل (6)

2.مرحلة المعالجة " processing " : في هذه المرحلة يقوم البرنامج بتجميع المعادلات الجبرية الحاكمة بشكل مصفوفي وحلها بتقنياته الخاصة للحصول على قيم النتائج المطلوبة .

3.مرحلة ما بعد المعالجة " post-processing " : وهي المرحلة التي يقوم البرنامج فيها بإظهار النتائج المختلفة وبطرق عدة وفقاً لرغبة المستثمر .

وللتأكد من صحة نمذجتنا للمسألة المدروسة واختيارنا للعنصر المحدود ولنوعومة الشبكة المختارة والمسائد والحمولات المطبقة ، فقد قمنا بنمذجة الجائز بدون تفريغ لجسده وبدون وضع مدعّمات شاقولية وحله بواسطة البرنامج وقارنا قيمة السهم الأعظمي مع علاقات المحور المرن Deflection Curve المعروفة في مقاومة المواد ، فكان التناطبق مقبولاً ، الجدول (1) .

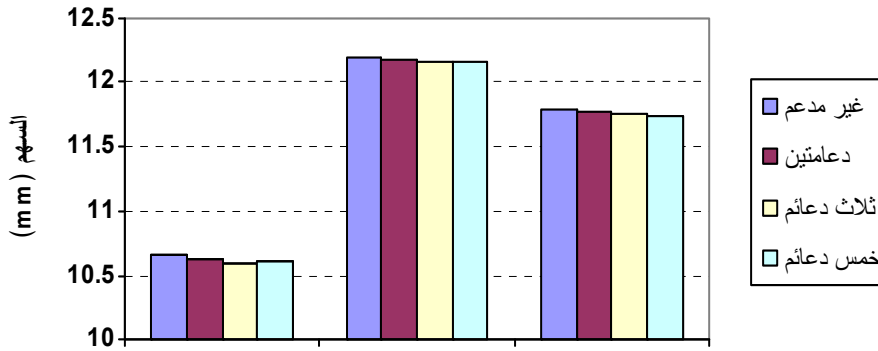
الجدول (1) : يبين قيمة السهم (mm) أعلى ووسط وأسفل الجائز في المقطع الواقع في منتصف مجازه .

| ملاحظة | أسفل | وسط | أعلى | النقطة |
|-------------------------------------|---------|---------|---------|------------------------|
| السهم المحسوب | 10,6176 | 10,6330 | 10,6619 | ANSYS |
| من مقاومة المواد هو لمحور الجائز | 10,321 | | | السهم من مقاومة المواد |

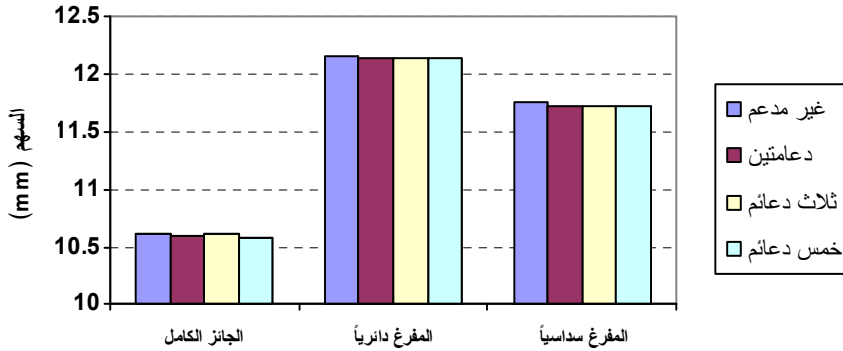
وباستثمار برنامج ANSYS في كافة الحالات المدروسة في البحث تم الحصول على النتائج المبينة في الجدول (2) والموضحة بمخططات بيانية ، الأشكال (7- 8) .

الجدول (2) : يبين قيمة السهم (mm) أعلى وأسفل الجائز في المقطع الواقع في منتصف مجازه .

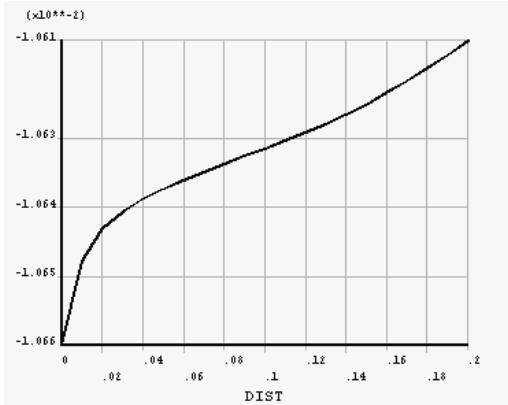
| مفرغ سداسياً | مفرغ دائرياً | جائز كامل | نوع الجائز | |
|--------------|--------------|--------------|---|-------------|
| | | | توضع المدعمات | |
| 11,7853 | 12,1973 | 10,6619 | في النقطة (1) أعلى الجائز في النقطة (2) أسفل الجائز | بدون مدعمات |
| 11,7443 | 12,1525 | 10,6176 | | |
| 11,7620 | 12,1689 | 10,6331 | دعامتين على الطرفين | |
| 11,7201 | 12,1263 | 10,5885 | | |
| 11,7493 | 12,1631 | 10,5984 | دعامتين على الطرفين والثالثة في الوسط | |
| 11,7241 | 12,1372 | 10,6170 | | |
| 11,7415 | 12,1493 | 10,6080 | دعامتين على الطرفين والثالثة في الوسط والرابعة والخامسة في الربعين الأول والثالث | |
| 11,7164 | 12,1232 | 10,5761 | | |



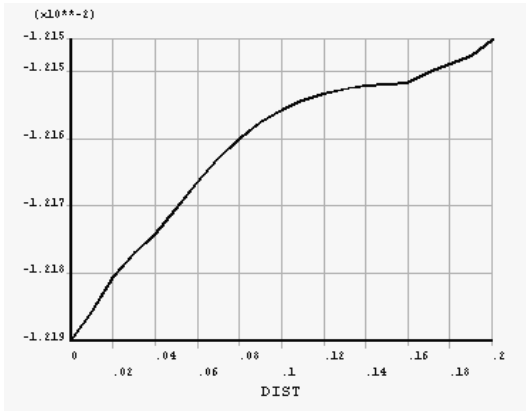
الشكل (7) : السهم في النقطة 1 بإهمال الوزن الذاتي



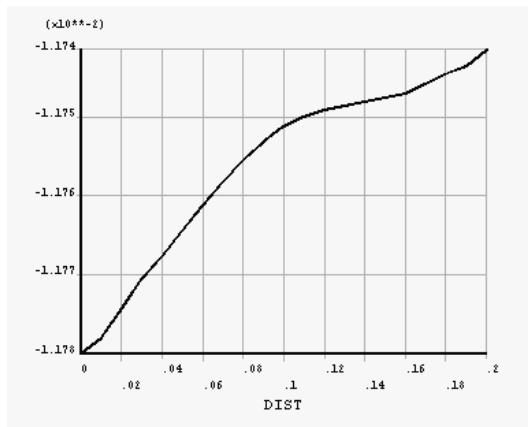
الشكل (8) : السهم في النقطة 2 بإهمال الوزن الذاتي



الشكل (9) : للجائز الكامل بدون دعامات



الشكل (10) : للجائز المفرغ دائرياً بدون دعامات



الشكل (11) : للجائز المفرغ سداسياً بدون دعامات

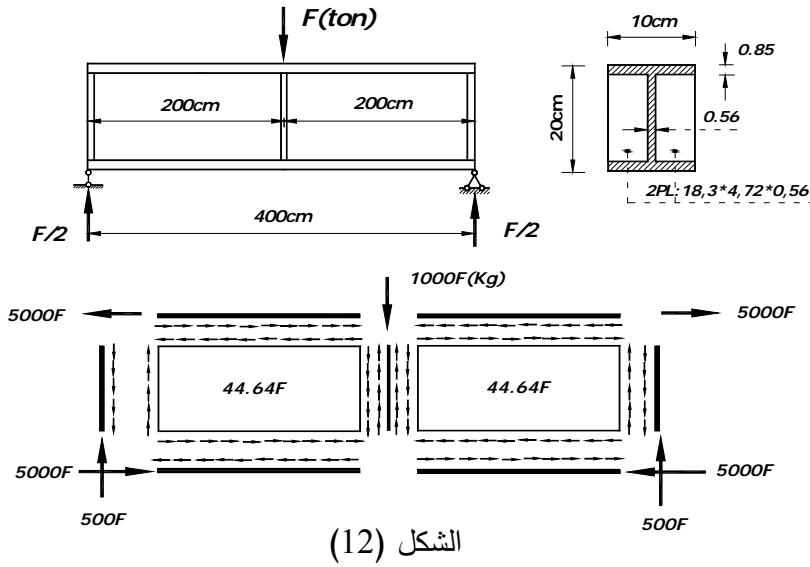
ونبين في المخططات التالية (11-9) والتي أخذت مباشرة من برنامج ANSYS قيمة الانتقال " السهم " على المسار الواصل بين النقطتين 1 - 2 والتي تتوافق مع محتويات الجدول (3) في حالة الجائز الكامل والمفرغ دائرياً وسداسياً بدون دعامات ومع إهمال الوزن الذاتي . هذا ويمكننا أيضاً تعيين السهم على محور الجائز ، أي عندما "DIST=0.1" من هذه المخططات مباشرة .

2- حساب السهم باستخدام طريقة الطاقة المتممة (Complementary Energy):

نعلم سابقاً أن الطاقة المتممة U تساوي طاقة التشوه مطروح منها عمل القوة الخارجية وعمل القوة الخارجية هو جداء القوة بانتقالها ، أما السهم فنحصل عليه بمساواة مشتق الطاقة المتممة بالنسبة للقوة الخارجية المطبقة بالصفر ، أي : $\frac{\partial U}{\partial F} = 0$ ، [6] .

وسنعرض هنا بالتفصيل كيفية حساب السهم في الجائز المدعم بثلاث مدعّمات وذلك في حالة الجائز الكامل والمفرغ سداسياً والمفرغ دائرياً ، وباقي الحالات سندرج نتائجها في الجدول (3) .

يبين الشكل (12) رسماً توضيحياً للصفائح المكونة للجائز الكامل ولصفائح المدعّمات .



• حساب السهم في الجائز الكامل :

سيتم الحساب وفق الخطوات التالية :

1- حساب الإجهادات المماسية في كل مدعّمة :

$$\tau = \frac{500.F}{A} = \frac{500.F}{0,56.20} = 44,64.F \text{ kg/cm}^2$$

ووفق قانون ازدواج الإجهادات المماسية تنشأ إجهادات مماسية مساوية لهذه الإجهادات في الجسد .

-2 حساب القوة في كل جناح : ونحصل عليها من معادلة التوازن .

$$\frac{500.F.200}{20} = 5000.F \text{ kg}$$

-3 حساب الطاقة في كل جناح :

$$U_{flange} = \frac{1}{6} \cdot \frac{N^2 \cdot L}{E \cdot A} = \frac{(5000.F)^2 \cdot (200)}{6.2,1.10^6 \cdot 10.0,85} = 46,69.F^2$$

-4 حساب الطاقة في المدعمة الخارجية :

$$U_{stiff-1} = \frac{1}{6} \cdot \frac{N^2 \cdot L}{E \cdot A} = \frac{(500.F)^2 \cdot (18,3)}{6.2,1.10^6 \cdot 0,56.9,44} = 0,0688.F^2$$

-5 حساب الطاقة في المدعمة الداخلية :

$$U_{stiff-2} = \frac{1}{6} \cdot \frac{N^2 \cdot L}{E \cdot A} = \frac{(1000.F)^2 \cdot (18,3)}{6.2,1.10^6 \cdot 0,56.9,44} = 0,2747.F^2$$

-6 حساب الطاقة في الجسد :

$$\begin{aligned} U_{web} &= \frac{1}{2} \cdot V \cdot \tau \cdot \gamma = \frac{1}{2} \cdot V \cdot \frac{\tau^2}{G} = \frac{V \cdot \tau^2 \cdot (1 + \mu)}{E} \\ &= \frac{200 \cdot 0,56 \cdot 18,3 \cdot (1 + 0,3)}{2,1 \cdot 10^6} = 2,528.F^2 \end{aligned}$$

-7 حساب الطاقة المتتمة :

$$U = 4.U_{flange} + 2.U_{web} + 2.U_{stiff-1} + U_{stiff-2} - 1000.F \cdot y$$

$$U = 4.46,69.F^2 + 2.2,528.F^2 + 2.0,0688.F^2 + 0,2747.F^2 - 1000.F \cdot y$$

$$U = 192,2283.F^2 - 1000.F \cdot y$$

-8 لحساب السهم نشق معادلة الطاقة بالنسبة لـ F :

$$\frac{\partial U}{\partial F} = 0 \Rightarrow 384,4566.F = 1000 \cdot y$$

$$y = 0,384466.F$$

$$\text{If: } F = 3t \Rightarrow y = 1,15337 \text{ cm} = 11,5337 \text{ mm}$$

• حساب السهم في الجائز المفرغ دائرياً :

إن الخلاف الوحيد بين الجائز الكامل والجائز المفرغ Opening web هو فقط في حجم الجسد . وكما نعلم فإن الفراغ الدائري يساوي مساحة الدائرة مضروب بمساحة الجسد ، أي :

$$V_1 = A \cdot t_w = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot t_w = \frac{\pi \cdot (14)^2}{4} \cdot 0,56 = 86,2053 \text{ cm}^3$$

لذلك نحسب الطاقة في كل من صفائح الأجنحة والمدعمات كما في السابق ، أما الطاقة في الجسد فتساوي :

$$\begin{aligned} U_{web} &= \frac{1}{2} \cdot V \cdot \tau \cdot \gamma = \frac{1}{2} \cdot V \cdot \frac{\tau^2}{G} = \frac{V \cdot \tau^2 \cdot (1 + \mu)}{E} \\ &= \frac{1274,0523 \cdot (1 + 0,3)}{2,1 \cdot 10^6} = 1,57166 \cdot F^2 \end{aligned}$$

حيث :

$$\begin{aligned} V &= V_{global} - n_1 \cdot V_1 \\ &= 200 \cdot 18,3 \cdot 0,56 - 9 \cdot 86,2053 = 1274,0523 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

n_1 - تمثل عدد الفتحات في كل صفيحة جسد وتساوي في مثالنا 9 ، حيث أن عدد الفتحات الكلي $n = 18$.

وبالتالي تكون الطاقة المتممة مساوية لـ :

$$U = 4 \cdot U_{flange} + 2 \cdot U_{web} + 2 \cdot U_{stiff-1} + U_{stiff-2} - 1000 \cdot F \cdot y$$

$$U = 4 \cdot 46,69 \cdot F^2 + 2 \cdot 1,57166 \cdot F^2 + 2 \cdot 0,0688 \cdot F^2 + 0,2747 \cdot F^2 - 1000 \cdot F \cdot y$$

$$U = 190,31562 \cdot F^2 - 1000 \cdot F \cdot y$$

ومنه نحصل على السهم باشتقاق معادلة الطاقة بالنسبة لـ F :

$$\frac{\partial U}{\partial F} = 0 \Rightarrow 380,631246 \cdot F = 1000 \cdot y$$

$$y = 0,38063124 \cdot F$$

$$\text{If : } F = 3t \Rightarrow y = 1,14189 \text{ cm} = 11,4189 \text{ mm}$$

• حساب السهم في الجائز المفرغ سداسياً :

إن الفراغ السداسي يساوي مساحة المسدس مضروبة بسماكة الجسد ، أي :

$$V_1 = A \cdot t_w = \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot D^2}{8} \cdot t_w = \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot (14)^2}{8} \cdot 0,56 = 71,291 \text{ cm}^3$$

حيث : D - قطر الدائرة المارة برؤوس المسدس .

لذلك نحسب الطاقة في كل من صفائح الأجنحة والمدعمات كما في السابق ، أما الطاقة في الجسد فتساوي :

$$U_{web} = \frac{1}{2} \cdot V \cdot \tau \cdot \gamma = \frac{1}{2} \cdot V \cdot \frac{\tau^2}{G} = \frac{V \cdot \tau^2 \cdot (1 + \mu)}{E} = \frac{1407,981 \cdot (1 + 0,3)}{2,1 \cdot 10^6} = 1,7369 \cdot F^2$$

حيث :

$$\begin{aligned} V &= V_{global} - n_1 \cdot V_1 \\ &= 200 \cdot 18,3 \cdot 0,56 - 9 \cdot 71,291 = 1407,981 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

وبالتالي تكون الطاقة المتممة مساوية لـ :

$$U = 4 \cdot U_{flange} + 2 \cdot U_{web} + 2 \cdot U_{stiff-1} + U_{stiff-2} - 1000 \cdot F \cdot y$$

$$U = 4 \cdot 46,69 \cdot F^2 + 2 \cdot 1,7369 \cdot F^2 + 2 \cdot 0,0688 \cdot F^2 + 0,2747 \cdot F^2 - 1000 \cdot F \cdot y$$

$$U = 190,7837 \cdot F^2 - 1000 \cdot F \cdot y$$

ونحصل على السهم باشتقاق معادلة الطاقة بالنسبة لـ F :

$$\frac{\partial U}{\partial F} = 0 \Rightarrow 381,5674 \cdot F = 1000 \cdot y$$

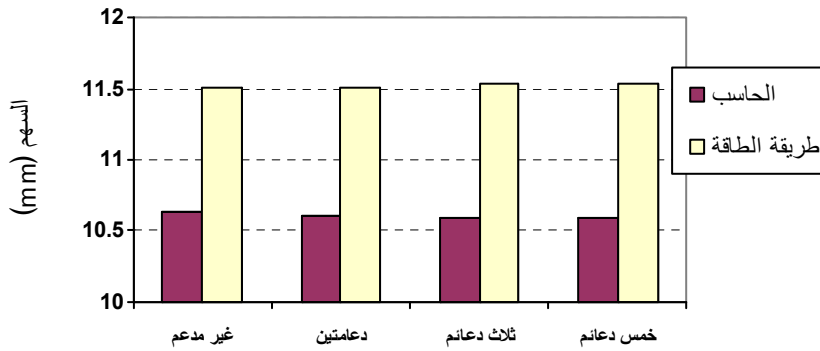
$$y = 0,3815674 \cdot F$$

$$\text{If : } F = 3t \Rightarrow y = 1,14479 \text{ cm} = 11,4479 \text{ mm}$$

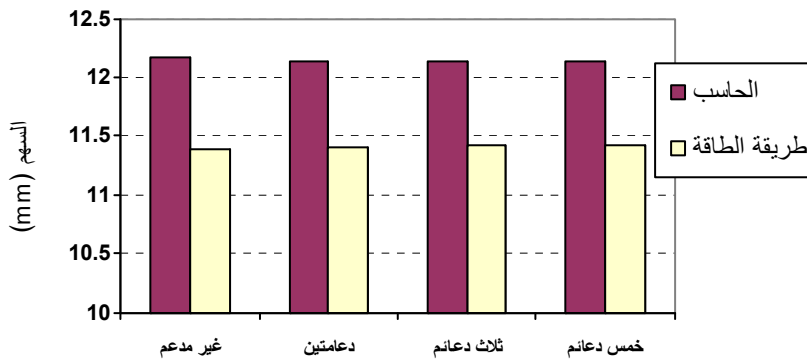
أما قيم السهم في بقية حالات توضع المدعمات وللجوائز الثلاثة فقد تم حسابها بنفس الطريقة السابقة ، ونظمت النتائج في الجدول (3) ورسمت مخططاتها البيانية في الأشكال (13 - 15) .

الجدول (3) : يبين قيمة السهم (mm) عند المحور في المقطع الواقع في منتصف المجاز بطريقة الطاقة المتممة وبرنامج ANSYS مع إهمال الوزن الذاتي.

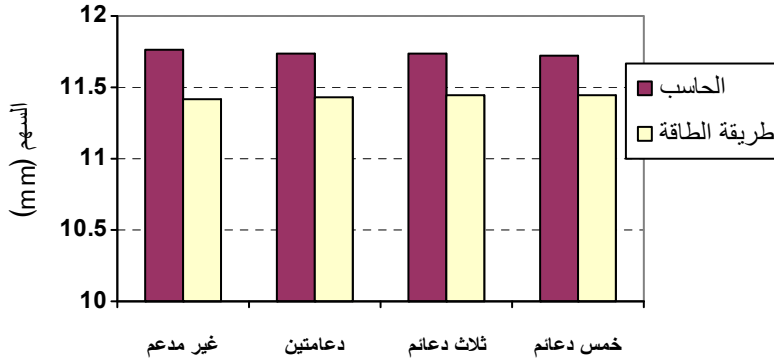
| نوع الجائز | | | توضع المدعمات |
|-------------------|-------------------|------------------|--|
| مفرغ سداسياً | مفرغ دائرياً | جائز كامل | |
| 11,414 11,754 | 11,394 12,163 | 11,508 10,633 | بدون مدعمات طريقة الطاقة الحاسب ANSYS |
| 11,4212 11,730 | 11,4013 12,136 | 11,516 10,605 | دعامتين على الطرفين |
| 11,448 11,730 | 11,419 12,142 | 11,534 10,594 | دعامتين على الطرفين والثالثة في الوسط |
| 11,445 11,721 | 11,426 12,128 | 11,540 10,585 | دعامتين على الطرفين والثالثة في الوسط والرابعة والخامسة في الربعين الأول والثالث |



الشكل (13) : السهم عند المحور بإهمال الوزن الذاتي للجائز الكامل

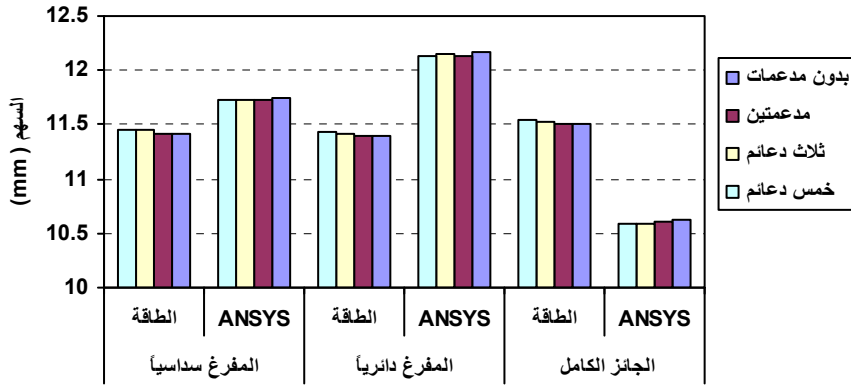


الشكل (14) : السهم عند المحور بإهمال الوزن الذاتي للجائز المفرغ دائرياً



الشكل (15) : السهم عند المحور بإهمال الوزن الذاتي للجائز المفرغ سداسياً

وبيين المخطط (16) قيم السهم التي حصلنا عليها بطريقة الطاقة المتممة ومن البرنامج الحاسوبي ANSYS [الجدولين (2) و (3)] لمختلف الحالات المدروسة .



الشكل (16) : السهم عند المحور بإهمال الوزن الذاتي

3- حساب السهم باستخدام المعادلة التفاضلية للخط المرن :

يحسب السهم في أي نقطة من محور الجائز المفرغ بحل المعادلة التفاضلية

المقترحة من قبل الباحث (A.P.РЖАНИЦЫНУ) [7]:

$$\left(\frac{d}{dx}y(z)\right)^3 - \eta^2 \cdot \left(\frac{d^2}{dx^2}y(z)\right) - \eta^2 \cdot \frac{M(z)}{E \cdot I_x} + \frac{\left(\frac{d^2}{dx^2}M(z)\right)}{2 \cdot E \cdot I_f} = 0 \quad (1)$$

حيث :

y - قيمة السهم عند أي نقطة تقع على محور الجانز .

η - متغير يعطى بالعلاقة : $\eta^2 = 2.G.\alpha / E.A_f$

E, G - عاملي المرونة الطولي والعرضي على التوالي .

A_f - مساحة المقطع T الناتج بعد تفريغ المقطع .

I_f - عزم عطالة المقطع T بالنسبة للمحور $x-x$ المار من مركز ثقله .

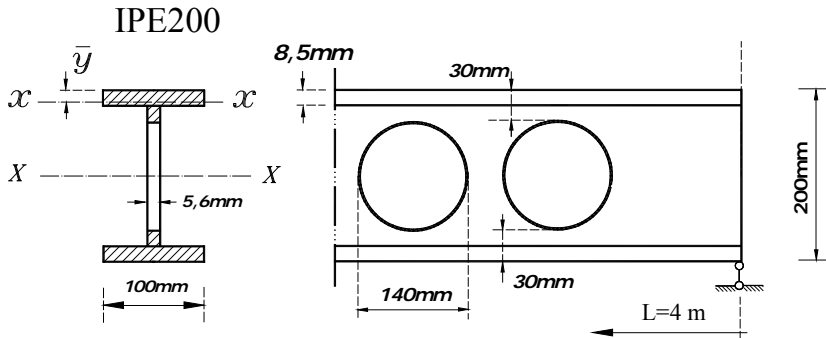
I_x - عزم عطالة كامل المقطع بالنسبة للمحور $X-X$ المار من مركز ثقل

المقطع الكامل .

α - عامل يعطى بالعلاقة : $\alpha = \frac{I_x}{2.I_f}$ ، وعادة تتراوح قيم α

ضمن المجال (100 - 300) للجوائز المفرغة .

• من أجل الجانز المفرغ دائرياً ، الشكل (17) :



الشكل (17)

نحسب قيمة الحدود الداخلة في المعادلة التفاضلية (1) :

$$A_f = 100.8,5 + 21,5.5,6 = 970,4 \text{ mm}^2 = 9,704 \text{ cm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{4,25.100.8,5 + 21,5.5,6.19,25}{970,4} = 6,111 \text{ mm}$$

$$I_f = \frac{100.8,5^3}{12} + \frac{5,6.21,5^3}{12} + 100.8,5.(6,111 - 4,25)^2 + 5,6.21,5.(19,25 - 6,111)^2$$

$$= 33484,49137 \text{ mm}^4 = 3,34845 \text{ cm}^4$$

$$I_x = 2 \cdot [33484,49137 + 970,4 \cdot (100 - 6,111)^2]$$

$$= 17175401,08 \text{ mm}^4 = 1717,54 \text{ cm}^4$$

$$\alpha = \frac{1717,54}{2 \cdot 3,34845} = 256,47$$

$$M''(z) = 0 \quad ; \quad M(z) = -0,5 \cdot F \cdot z = -0,5 \cdot 3000 \cdot z = -1500 \cdot z$$

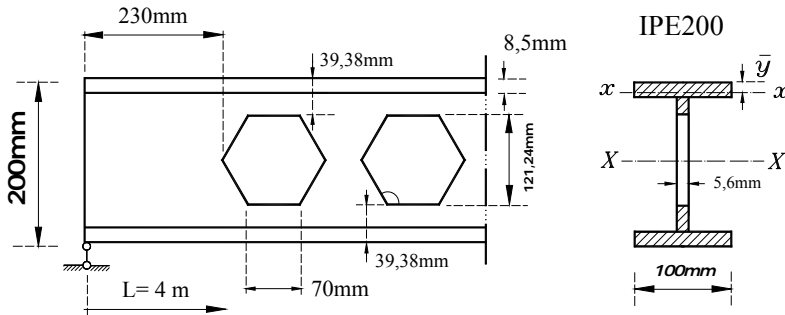
$$\eta^2 = \frac{2 \cdot \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} \cdot \alpha}{E \cdot A_f} = \frac{\alpha}{A_f \cdot (1 + \mu)} = \frac{256,47}{9,704 \cdot 1,3} = 20,33024$$

$$y'^3 - 20,33024 \cdot y'' - \frac{20,33024}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 1717,54} \cdot (-1500 \cdot z) = 0$$

وتصبح المعادلة التفاضلية للجائز المفرغ دائرياً على النحو التالي :

$$y'^3 - 20,33024 \cdot y'' + 8,45488 \cdot 10^{-6} \cdot z = 0 \quad (2)$$

• من أجل الجائز المفرغ سداسياً ، الشكل (18) :



الشكل (18)

قيمة الثوابت الموافقة لهذه الحالة هي :

$$A_f = 100 \cdot 8,5 + 30,88 \cdot 5,6 = 1022,928 \text{ mm}^2 = 10,22928 \text{ cm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{100 \cdot 8,5 \cdot 4,25 + 30,88 \cdot 5,6 \cdot 23,94}{1022,928} = 7,579 \text{ mm}$$

$$I_f = \frac{100 \cdot 8,5^3}{12} + \frac{5,6 \cdot 30,88^3}{12} + 100 \cdot 8,5 \cdot (7,579 - 4,25)^2 + 5,6 \cdot 30,88 \cdot (23,94 - 7,579)^2$$

$$= 74569,02441 \text{ mm}^4 = 7,4569 \text{ cm}^4$$

$$I_x = 2 \cdot [74569,02441 + 1022,928 \cdot (100 - 7,579)^2]$$

$$= 17624106,03 \text{ mm}^4 = 1762,41 \text{ cm}^4$$

$$\alpha = \frac{1762,41}{2.7,4569} = 118,173$$

$$M(z) = -0,5 \cdot F \cdot z = -0,5 \cdot 3000 \cdot z = -1500 \cdot z \quad ; \quad M''(z) = 0$$

$$\eta^2 = \frac{2 \cdot \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} \cdot \alpha}{E \cdot A_f} = \frac{\alpha}{A_f \cdot (1 + \mu)} = \frac{118,173}{10,22928 \cdot 1,3} = 8,8865$$

$$y'^3 - 8,8865 \cdot y'' - \frac{8,8865}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 1762,41} \cdot (-1500 \cdot z) = 0$$

وتصبح المعادلة التفاضلية للجائز المفرغ سداسياً على النحو التالي :

$$y'^3 - 8,8865 \cdot y'' + 3,6016 \cdot 10^{-6} \cdot z = 0 \quad (3)$$

ولقد تم حل المعادلات التفاضلية (2-3) باستخدام البرنامج الحاسوبي MATHLAB وبالشروط الطرفية التالية :

$$\begin{aligned} z = 0 & \Rightarrow y = 0 \\ z = 200 & \Rightarrow y' = 0 \end{aligned}$$

ونظماً النتائج في الجدول (4) .

من ملاحظة الحدود الداخلة في المعادلة التفاضلية (1) نجد أنها لا تأخذ بعين الاعتبار عدد الفتحات في الجائز ، لذلك أجرينا تعديلاً عليها بحيث تأخذ عدد الفتحات بعين الاعتبار وتصبح صالحة لكافة أشكال الجوائز البسيطة مفرغة كانت أو غير مفرغة وتعطي نتائج قريبة من النتائج التي تعطيها البرامج الحاسوبية المعتمدة على طريقة العناصر المحدودة ، وأصبحت على الشكل التالي :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\eta^4} \left(\frac{d}{dx} y(z) \right)^3 - \frac{\eta^{2,5}}{S} \cdot \left(\frac{d^2}{dx^2} y(z) \right) + \sqrt[32]{(n+1)} \cdot \frac{\eta^2}{E \cdot I_x} M(z) + \\ + \frac{1}{2 \cdot E \cdot I_f} \left(\frac{d^2}{dx^2} M(z) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

حيث :

$$S = \sqrt{\frac{n+2}{n+1}} \quad n - \text{ عدد الفتحات في كامل الجائز و}$$

ملاحظة :

المعادلة التفاضلية (4) المقترحة من قبل الباحث صالحة فقط في حال كون الجائز بسيط الاستناد ومتناظر شكلاً وتحمياً وجرى تجريبها على جوائز بمختلف الفتحات .

ولقد جرى تطبيق المعادلة (4) لحساب السهم لأنواع الجوائز المدروسة في البحث ولعدد فتحات مختلفة . ولكن أدرجنا في الجدول (5) قيم السهم عندما يكون عدد الفتحات (18) فقط ، ولاحظنا تقارب النتائج بين البرنامج ANSYS والمعادلة التفاضلية (4).

الجدول (4) : يبين قيمة السهم (mm) في المقطع الواقع في منتصف الجائز وعند المحور وبإهمال الوزن الذاتي بطريقة تكامل المعادلة التفاضلية والبرنامج ANSYS .

| نوع الجائز | | | الطريقة المستخدمة |
|--------------|--------------|-----------|------------------------|
| مفرغ سداسياً | مفرغ دائرياً | جائز كامل | |
| 11,754 | 12,163 | 10,633 | برنامج ANSYS |
| 10,804 | 11,088 | 10,268 | المعادلة التفاضلية (1) |
| 11,875 | 12,193 | 10,348 | المعادلة التفاضلية (4) |

النتائج :

يمكن تلخيص النتائج الأساسية التي تم الحصول عليها على الشكل التالي :

1 - بمقارنة النتائج المدرجة في الجدول (1) نجد مقارنة كبيرة بين طريقة مقاومة المواد وبرنامج (ANSYS) ، وهذا يدل على حسن اختيار العنصر المحدود ونعومة الشبكة ، حيث كانت قيمة التباين في قيمة السهم لا تزيد عن (3,02%) للنقطة الواقعة على المحور .

2- من تدقيق نتائج الطرق المستخدمة في حساب السهم في الجوائز المفرغة نجد أن الطريقة الأكثر فعالية في حساب السهم في الجوائز المفرغة والمدعمة هي الطريقة الحاسوبية التي تعتمد طريقة العناصر المحدودة .

3 - إن طريقة الطاقة بشكلها المبسط يمكن استخدامها في حساب السهم في الجوائز الكاملة والمفرغة وهي طريقة تطبيقية يدوية بسيطة وتعطي نتائج مقبولة في الجوائز الكاملة لصالح الأمان أو يمكن تخفيضها بمعامل k_{full}^{energ} قيمته تقع ضمن المجال $k_{full}^{energ} = (0,915 - 0,925)$ ، أما في الجوائز المفرغة فينبغي زيادة النتائج بضربها بمعامل $k_{open}^{energ} = (1,025 - 1,068)$ ، الجدول (3) .

4- طريقة تكامل المعادلة التفاضلية للخط المرن هي طريقة غير فعالة في حال تدعيم الجائز بمدعمات إذ أنها لا تأخذ تأثير المدعمات بعين الاعتبار ، لكنها طريقة فعالة جداً في حساب السهم في الجوائز المفرغة ، خاصة المعادلة التفاضلية (4) المقترحة والمطورة عن المعادلة (1) وتعطي نتائج أكثر دقة من المعادلة (1) ، وهذا مبين بالجدول (4) .

5- من الجدول (4) نلاحظ أن قيمة السهم في الجوائز المفرغة أكبر منها في الجائز الكامل حيث يمكننا أن نكتب : $y_{open}^{equa} = k.y$ بحيث تتراوح قيمة العامل k ضمن المجال $k = (1,05 - 1,20)$ وذلك تبعاً لعدد وشكل ومكان توضع الفتحات ومجاز ومقطع الجائز .

6 - بالنظر إلى الجدولين (2) و (3) نلاحظ أن قيمة السهم قد اختلفت باختلاف عدد ومكان توضع المدعمات الشاقولية فتتخفف قيمة السهم ضمن المجال $(0,2\% - 2,95\%)$.

References

1. Design of modern highway bridge; Narendra Taly , Department of civil engineering , California state University , Los Angeles , 1998 .
2. Design of composite beams with web openings ; David Darwin , , 2006 Learned Hall, University of Kansas, Lawrence, KS 66045, USA .
3. Deflection analysis of expanded open-web steel beams ; M. U. Hosain, W. K. Cheng and V. V. Neis , University of Saskatchewan, Saskatoon S7N 0W0, Canada Received 29 February 1972.
4. AISC 9th edition manual : AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION , INC. One East Wacker Drive, Suite 3100, Chicago, Illinois 60601-2000 .
5. ANSYS , Theory Reference . Release 5.4 Edited by Peter Konhke, PhD, 2004.
6. Energy Methods in applied mechanics ; Henry L.Langhaar , John Wiley and sons, inc ,2002 .
7. В.В. Бирюлев И.И. Кошин И.И. Кырлов Проектирование Металлических Конструкций , Ленинград . Стройздат ,1990.
- 8 - Ihssan Tarsha, Concentration and Distribution Stress In a Castellated Beams, Journal of AL-Baath University, Vol.30,2008.