

# حل مسائل الأمواج الصوتية باستخدام طرق الهندسة الوصفية

ملخص: سنقوم في هذا البحث بإيجاد تطبيق لطرق الهندسة الوصفية في مجال علم الصوتيات المعماري، هذا العلم الذي يدرس انعكاس الأمواج الصوتية على الأجسام القطعية (السطح على شكل سرج الحصان) وعلى السطوح المخروطية المستخدمة في الأبنية الضخمة في الجدران، الأعمدة، القبب، القنطر والسقوف. سنوجد في هذا البحث حلًّا تخطيطيًّا لمسألة علم الصوتيات الهندسي وذلك عن طريق إيجاد الشعاع المنعكس الموافق لشعاع ساقط على أحد أنواع السطوح المذكورة.

سنبحث أيضًا انكسار الأشعة الصوتية على أسطح متعددة من الدرجة الثانية والرابعة عن طريق تطبيق طرق الهندسة الحركية والوصفية في مجال علم الصوتيات الفيزيائي. وذلك بالعمل على إيجاد مقدار انزياح الشعاع المنكسر بطريقة تخطيطية و باعتماد تباين متنه في الصغر لاتجاهية المصدر. وللوصول لهذه الغاية سيتم تطبيق النظرية الحركية للانزياح متاهي الصغر لقطعة مستقيمة في الفراغ استنادًا على مبرهنة Gilbert ومبرهنة Malus-Dupin في الانكسار.

كلمات مفتاحية: تطبيقات الهندسة الوصفية - علم الصوتيات - انعكاس الأمواج الصوتية - انكسار الأمواج الصوتية - الأجسام القطعية.

# A GEOMETRICAL ACOUSTICS PROBLEM APPROACHED BY DESCRIPTIVE GEOMETRY METHODS

**Abstract:** The paper presents an application of descriptive geometry methods in the field of architectural acoustics. It studies the reflection of acoustical rays on hyperbolic paraboloids (saddle-shaped surfaces) and on conoidal shaped surfaces used in monumental buildings for walls, pillars, vaults, archways and ceilings. The paper indicates a graphic solution for the geometrical acoustics problem of finding the reflected ray corresponding to a given incident one on this type of surfaces.

It also studies the refraction of acoustical rays on various surfaces of second and fourth degree, using some applications of kinematic and descriptive geometry methods in the field of physical acoustics, insisting upon the graphical finding of the refracted ray displacement for an infinitesimal variation of the source directivity. To this end the kinematic theory of infinitesimal displacement of a line segment in space according to Gilbert's theorem and Malus-Dupin refraction theorem are used.

**Keywords:** descriptive geometry applications - acoustics - acoustical rays reflection - acoustical rays refraction - hyperbolic paraboloids.

## أولاً: انعكاس الأشعة الصوتية

### 1. مقدمة

من أجل الحصول على ميزات فنية عالية في المنشآت المعمارية الضخمة ومن أجل تلبية متطلبات الاستماع الجيد سواء للكلام أو الموسيقى في المنشآت الضخمة، يتوجب على المهندس المعماري أن يقوم أحياناً بدمج الأجسام التقليدية (كثيرات الوجوه، الأسطوانية، الكروية، المخروطية وغيرها) المستخدمة في الصرح المعماري مع أشكال أخرى (العديد من السطوح المسطحة) وعلى وجه التحديد في الأسفف القببية، الجدران المنحنية، الأعمدة، والأسفف المنحدرة. في هذا البحث سنوجد طريقة تخطيطية لتحديد الشعاع الصوتي المنعكس الموافق لشعاع ساقط على سطح قطعي أو مخروطي، وذلك لتحديد طبيعة الحق الصوتي بالقرب من هذه السطوح. ولهذه الغاية علينا دراسة المسائل التالية في الهندسة الوصفية:

- تقاطع خط مستقيم مع سطح قطعي أو مخروطي.
- إنشاء المستوى المماس للسطح القطعي أو المخروطي في نقطة ما تقع على السطح.
- إنشاء العمود على السطح القطعي أو المخروطي في تلك النقطة.
- تطبيق قوانين الانعكاس واستخدام طريقة الدوران في الهندسة الوصفية بعد ذلك.

قوانين الانعكاس:

- الشعاع الساقط / والشعاع المنعكس  $R$  والناظم العمود على السطح في نقطة الورود  $N$  كلها تقع في مستوى واحد.
  - زاوية الورود وزاوية الانعكاس متساويتان.
- ومن المعلوم أن إيجاد الشعاع المنعكس  $R$  المتواافق مع الشعاع الوارد / يتم عن طريق قوانين الانعكاس.

وبيما أن هذه القوانين المأخوذة من علم البصريات تم تطبيقها على علم الصوتيات فيجب أن نذكر هنا أن شرط تطبيق هذه القوانين أن يكون سطح الانعكاس كبير بالمقارنة مع طول موجة الصوت. ويجب الأخذ بالحسبان أن بعض السطوح في الغرف ليست كبيرة بالمقارنة مع طول موجة الصوت. لذا يجب الانتباه عند تطبيق قوانين الانعكاس لتحديد الأشعة المنعكسة خاصة للأصوات منخفضة النغمة. وعلى سبيل المثال ستؤدي النوافذ، الأبواب، الأعمدة، العوارض، الخزائن أو أي ديكورات أخرى في الغرف الكبيرة إلى حالة انكسار في الأشعة وبالتالي إلى تغير في طبيعة الصوت المنعكـس.

## 2. انعكاس الأشعة الصوتية على السطوح القطعية

### 2.1 إيجاد نقطة تقاطع الشعاع الوارد مع السطح القطعي

لأخذ سطحاً على شكل سرج حسان (مستم)، والمستقيمين  $D_1$  و  $D_2$  كمستقيمين دليليين ومستوي الإسقاط الأفقي كمستوى موجه مرجعي الشكل (1). لدينا الشعاع الوارد  $I$  محدداً بمسقطيه  $(i, i)$ ، علينا أن نوجد الشعاع المنعكـس  $R(r, r)$  الموافق للشعاع الوارد  $I$ . الخطوة الأولى في إيجاد الشعاع المنعكـس  $R$  هي إيجاد نقطة تقاطع الشعاع الوارد  $I$  مع السطح على شكل سرج حسان (مستم). لذلك نقوم بإنشاء المستوى  $[P]$  العمودي على مستوى الإسقاط الجبهي  $[V]$  والمدار من المستقيم  $I$  ذو الأثر الجبهي  $i \equiv P$ . سيقطع المستوى  $[P]$  السطح على شكل سرج حسان، وناتج القطع هو قطع زائد، والنقطة المطلوبة هي النقطة الناتجة عن تقاطع القطع الزائد مع الشعاع الوارد  $I$ . سيكون المستقيمان المقاريان للقطع الزائد هما عبارة عن الفصلين المشتركين للمستوى القاطع  $[P]$  مع المستويين  $[P_1]$  و  $[P_2]$  الناشئين عن مولدات السطح على شكل سرج حسان الموازية للمستوى  $[P]$ . ويجب أن يكون المستوى  $[P_1]$  موازياً للمستوى الموجه المرجعي الأول والمستوى  $[P_2]$  موازياً للمستوى الموجه المرجعي الثاني. ونتيجة للخطوات السابقة فإننا نكون قد أوجدنا المستقيمين المقاريان  $(e, e)$  و  $(f, f)$ .

ولكن المسألة الهامة هي كيفية إنشاء قطع زائد علم مستقيمه المقاريان ونقطة منه. ولحل هذه المسألة الشكل (2)، نعتمد على النظرية الرياضية التالية:

"المستقيم القاطع للقطع الزائد ومستقيميه المقاربين يقطعها بأجزاء متساوية".

في الشكل (2) أخذنا الشعاع الوارد  $l$ ، المستوى القاطع  $[P]$ ، المستقيمان المقاربان  $(e, f)$  و  $(e', f')$ ، والنقطة  $(1, 1')$  من القطع الزائد من الشكل (1).

بتدوير المستوى  $[P]$  على المستوى الأفقي للإسقاط، نحصل على الموضع الجديد  $E_0$  و  $F_0$  للمستقيمان المقاربان  $e_0, f_0$  للنقطة  $(1, 1')$ .

وبإنشاء عدة مستقيمات قاطعة نحصل على النقاط  $2_0, 3_0, 4_0$  و  $5_0$  من العلاقات (بما يتوافق مع النظرية المذكورة أعلاه):

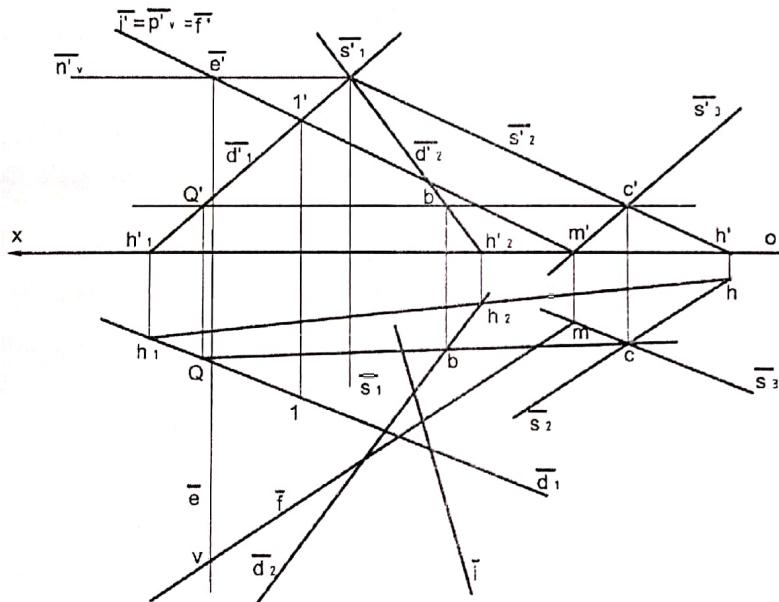
$$N_01_0 = A_05_0$$

$$K_01_0 = C_04_0$$

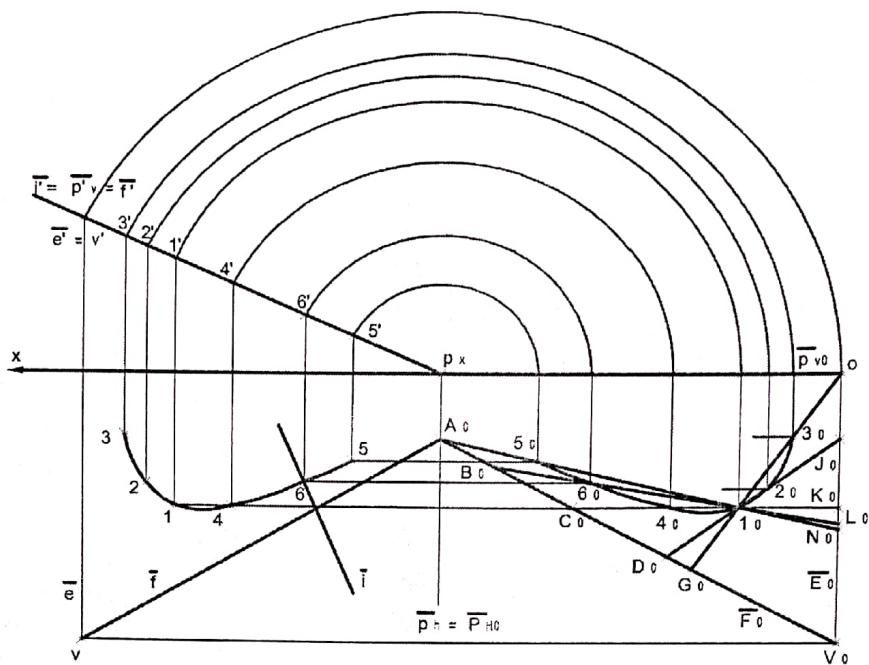
$$D_01_0 = J_02_0$$

$$G_01_0 = O_03_0$$

وبالدوران العكسي لهذا المنحني نحصل على المسقط الأفقي (12345) للقطع الزائد والمتقاطع مع الشعاع الوارد  $l$  في النقطة  $(6, 6')$  وهي نقطة التقاطع المطلوبة بين الشعاع  $l$  والسطح على شكل سرج حصان.



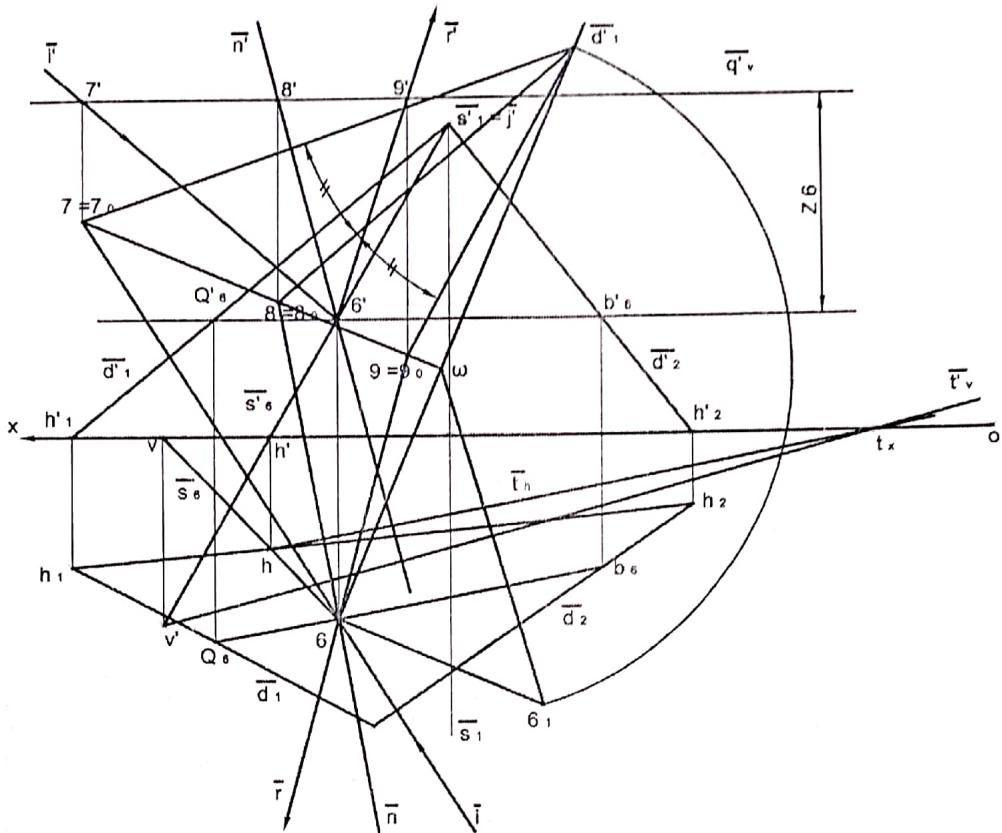
الشكل (1)



الشكل (2)

## 2. إيجاد الشعاع المنعكس الموافق للشعاع الوارد

لإيجاد الشعاع المنعكس  $R$  الموافق للشعاع الوارد  $I$  والذي يقطع السطح على شكل سرج حصان في النقطة  $(6, 6)$  يجب أن نأخذ بعين الاعتبار قوانين الانعكاس. ولإيجاد الناظم العمود على السطح القطعي في النقطة  $(6, 6)$  فمن الضروري بدايةً إيجاد المستوى المماس للسطح في هذه النقطة. ومن المعروف أن هذا المستوى يتم تحديده بواسطة مولدين للسطح مارين من النقطة  $(6, 6)$  وكل منهما ينتمي إلى واحدة من منظومتي المولدات للسطح القطعي.



الشكل (3)

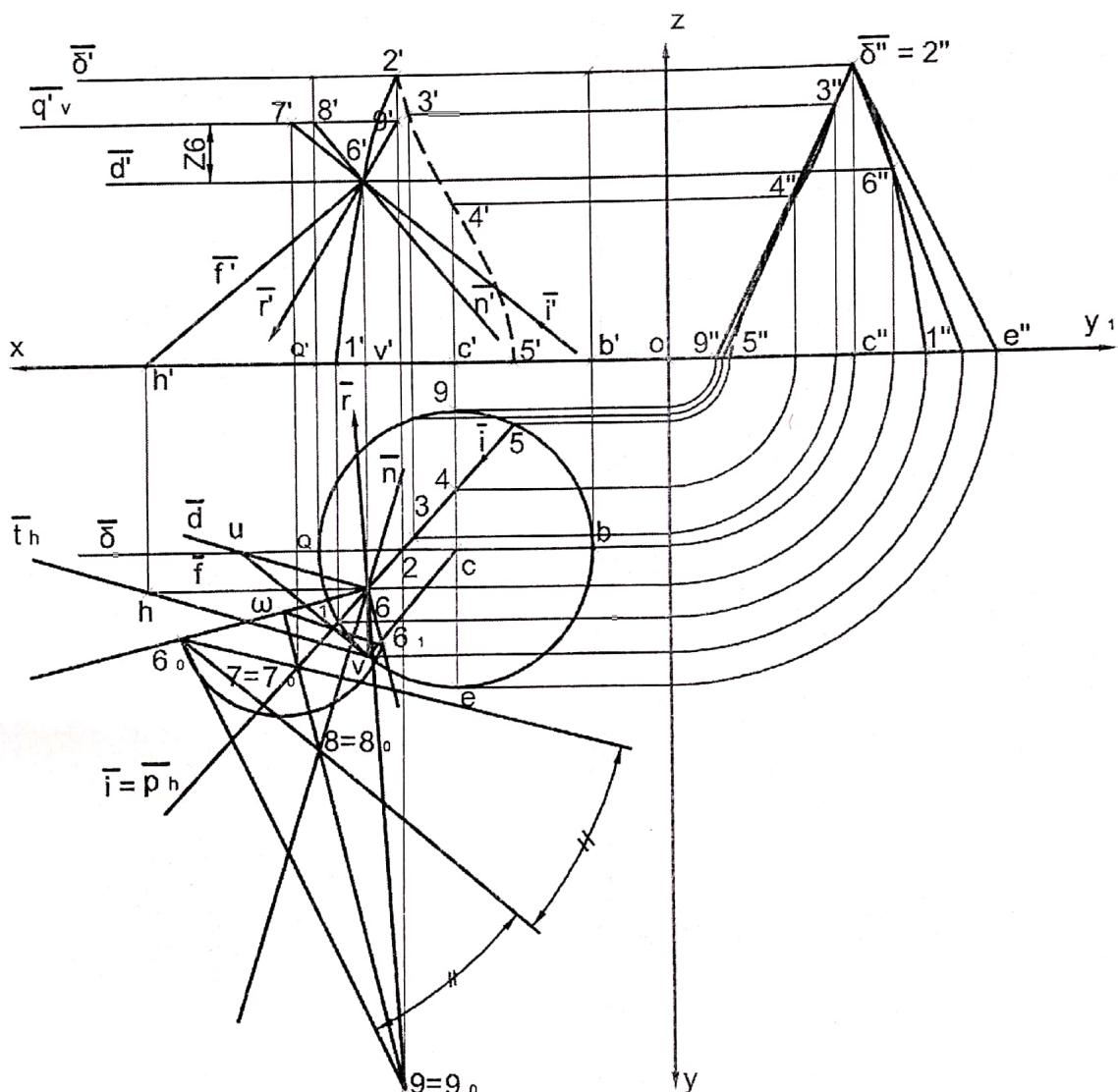
الشكل (3) المرسوم انطلاقاً من الشكل (1) السطح على شكل سرج حصان والشعاع الوارد ( $i, i'$ ) / القاطع لهذا السطح في النقطة  $(6, 6')$  كما هو موضح في الشكل (2). نقوم بإنشاء مولد السطح الراسم للمنظومة الأولى  $(a_6 b_6 a' b')$  والمدار من النقطة  $(6, 6')$  حيث  $j \equiv S$ , حيث  $j$  هي نقطة التباعد لمولدات السطح المنتمية للمنظومة الثانية. وسيقع الأثر الأفقي لهذا المولد  $(h, h')$  على الأثر الأفقي للسطح القطعي  $(h_1 h_2)$ .

بما أن  $A_6 B_6$  مستقيم أفقي يقع في المستوى  $[T]$  المماس للسطح، فإن الأثر الأفقي لهذا المستوى  $(t_h)$  سيكون موازياً لـ  $a_6 b_6$  وسيمر عبر  $h$ . والأثر الجبهي  $(t_v)$  لل المستوى  $[T]$  محدد بالنقاط  $t_x$  و  $v$  حيث  $v$  هو الأثر الجبهي للمستقيم  $(S_6)$ , وبالتالي سيكون

مسقط العمود ( $n, n$ ) المقام من النقطة (6, 6) عموديان على الأثر الأفقي والجبهي لل المستوى  $[T]$  بالترتيب ( $t_h, t_v$ ,  $t_h, t_v$ ).

ويأخذ المستوى الأفقي  $[Q]$  ذو الأثر الجبهي  $q$ , يمكننا تدوير المثلث (768) في هذا المستوى وذلك بأخذ المستقيم (78) كمحور للدوران والنقطة  $\omega$  كمركز للدوران. ويجب تحقيق الشرط التالية:

$66_1 = Z6$ , الجزء  $66_1$  يوازي المحور (78), والجزء  $6$  عمودي على المحور (78).



الشكل (4)

نقوم بإنشاء الزاويتين  $(7_0 8_0)$  و  $(8_0 9_0)$  في الوضع بعد الدوران  $9_0$  تقع على  $7_0$ ، الجزء  $6_0 9_0$  سيعطي وضعية الشعاع المنعكس بعد الدوران وذلك بما يتافق مع قوانين الانعكاس. وبالعودة إلى المساقط الأصلية نحصل على مساقط الشعاع المنعكس:  $(r') = (r)$  و  $(i') = (i)$ ، وبالتالي نحصل على حل المسألة.

3. تكليس الأشعة الصوتية على مخروط قائم رسمه أتفقي ومستوى مرجعي جلبي

يبين الشكل (4) المخروط المراد دراسته، وباتباع نفس الخطوات التي قمنا بها في السطح القطعي نحصل على الشعاع المنعكس  $(r', r)$  الموافق للشعاع الوارد  $(i', i)$  في نقطة الورود  $(6, 6')$ .

## ثانياً: انكسار الأشعة الصوتية

### 4. مقدمة

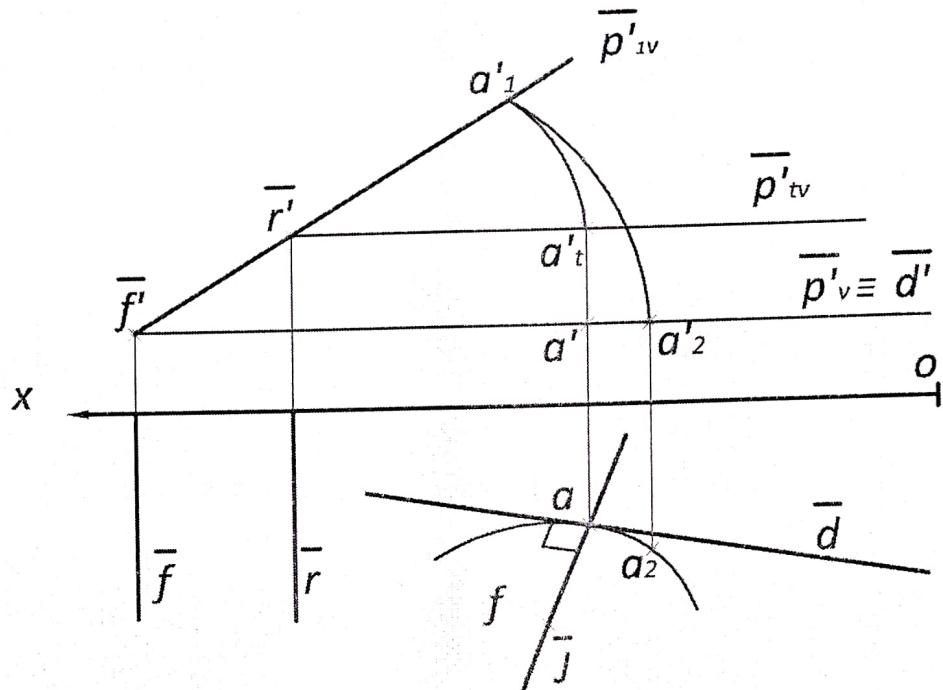
تدرس الهندسة الحركية مسارات الانزياح للنقاط المتوضعة على شكل مستوي أو مجسم والناجمة عن انزياح هذه الأشكال، بمعزل عن القوى والوقت، أي بدون الأخذ بالحسبان السرعة. وقد تم وضع أساس هذا الفرع من العلوم في القرن التاسع عشر في فرنسا من قبل علماء مثل Chasles، Darboux، Terquem، Cauchy، Mannheim، Bricard وأخرون.

وفيما يتعلق بنظرية انكسار الأمواج الصوتية فيجب الذكر أن هذه النظريات (مثل مبرهنة Gilbert ومبرهنة Malus-Dupin) مأخوذة من علم البصريات الهندسي ومطبقة على علم الصوتيات الهندسي بشرط أن تكون سطوح الانكسار كبيرة بالمقارنة مع طول الموجة الصوتية. لذا يجب الانتباه عند تطبيق قوانين الانكسار لتحديد الأشعة المنكسرة خاصة للأصوات منخفضة النغمة.

سوف نعمل على إعطاء طريقة تخطيطية وصفية لحل مسألة في علم الصوتيات الهندسي وهي: إيجاد مقدار انزياح الشعاع المنكسر بطريقة تخطيطية وباعتماد تباين متناهٍ في الصغر لاتجاهية المصدر، وذلك عندما يكون سطح الانكسار سطحاً من الدرجة الثانية أو الرابعة.

### 5. الانزياح اللامتناهي الصغر لشكل مستوي في الفراغ

يتعامل علم الحركة مع هذه المسألة على أنها حالة خاصة من الانزياح الفراغي لجسم ثابت، ومن المعروف أننا نحتاج لستة قيود جانبية لكي لا يتشهو الشكل المستوي خلال الانزياح ولخمسة قيود جانبية لقطعة المستقيمة. ويمكن عند إزالة واحد أو اثنان من القيود الجانبية أن ترسم نقاط الشكل المستوي أو القطعة المستقيمة مسارات أو سطوح. لأخذ مستوى أفقى  $[P]$  والذي يأخذ الوضعية  $[P_1]$  بعد انزياح صغير ناتج عن انتقال  $t$   $a \cdot a^t =$  دوران حول المحور  $(r, r)$  الشكل (5)



(5) الشكل

النقطة  $a$  المنتمية لشكل من المستوى  $[P]$  تصل إلى الوضعية  $a_1$  من المستوى  $[P_1]$  نتيجة تعرضها لأنزياح صغير مؤلف من الانتقال  $(a, a')$  ومن الدوران  $(a'_t, a')$  حول المحور  $(r, r')$ . وتصل النقطة  $a_1$  الوضعية  $a_2$  على المستوى  $[P]$  من خلال تدوير المستوى  $[P_1]$  حول الفصل المشترك  $C$  للمستويين  $[P]$ ،  $[P_1]$ . يمكن أن تداخل الوضعيتان  $a_2$  و  $a$  أو تتطابقان جزئياً عبر الدوران حول المركز  $f$  والناتج عن تقاطع الخطوط العمودية مع منخلي السرعة للنقاط المحددة لشكل المستوى.

ومن الشكل (5) يمكننا ملاحظة أن الحركة الصغيرة لشكل المستوى المنتمي للمستوى  $[P]$  والممثل بالنقطة  $(a, a')$  يمكننا تحليلها إلى منحنيين دورانيين وباعتبار المحاور هي العمود المقام من النقطة  $f$  على المستوى  $[P]$  وعلى المستقيم  $(c, c')$ ، والعمود على المستوى الجبهي.

ووفقاً لقواعد الهندسة الوصفية فإن الشكل (5) يمثل التغير الحاصل على المستوى الأفقي [P] إلى مستوى إسقاط جبلي [P1] عبر الانتقال  $a - a'$  والدوران  $a - a'$ . تتحرك النقطة  $(a, a')$  إلى النقطة  $(a_2, a_1)$  وذلك نتيجة الدوران الجبلي حول المحور  $c$  والدوران الأفقي حول محور شاقولي عمودي على المستوى [P] تمثل النقطة  $f$  الأثر الأفقي له.

المستوى  $[AA_1A_2]$  عمودي على المستوى [P]، والمستقيم  $AF$  يمثل أثر المستوى العمودي على المسار  $AA_2$  والمدار عبر النقطة  $A$  في المستوى [P]. وبما أن النقطة  $A$  تم اختيارها بشكل عشوائي فيمكننا الاستنتاج: تمر جميع المستويات العمودية على مسارات كل النقاط المنتسبة للمستوى [P] عبر النقطة  $F$  والمسمى نقطة المحرق للمستوى [P]. وهناك نقطة محرق جديدة لكل وضعية جديدة يتتخذها المستوى [P] خلال انزياحه المستمر. ويكون الانزياح الصغير لنقطة المحرق عمودي على المستوى [P] ويتتألف من دوران صغير حول المستقيم  $C$  والمسمى الخط المميز.

إذا كان الشكل المستوى ممثلاً بالنقطة  $A$  والمستقيم  $D$ ، فهذا المستقيم سيولد سطحاً مسطراً (S) بالتزامن مع انزياح المستوى [P]. وإذا كانت النقطة  $N$  هي نقطة ارتكاز العمود المقام من  $F$  على المستقيم  $D$ ، عندها سيكون المستقيم  $NF$  عمودياً على السطح المسطر (S) كونه عمودياً على كل من المستقيم  $D$  ومسار النقطة  $N$ .

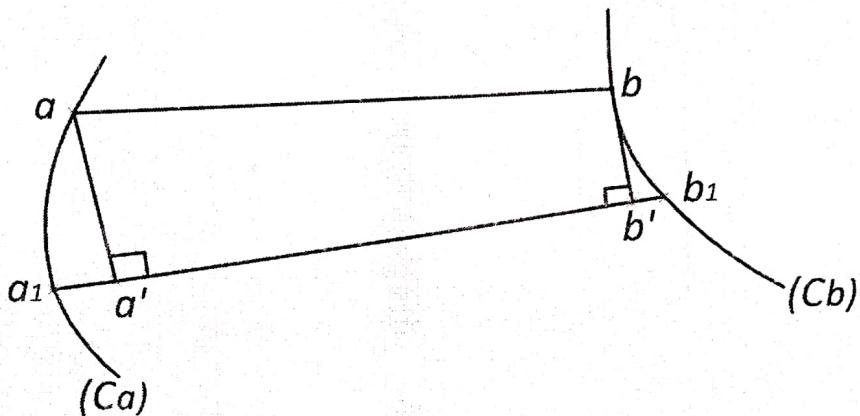
## 6. التغير في طول قطعة مستقيمة متحركة

اعتماداً على ما سبق فإنه يمكننا استنتاج القاعدة التالية: عندما يتحرك مستقيم في الفراغ، إذا كان عمودياً على مسار إحدى نقاطه عندها سيكون عمودياً على مسارات كل نقاطه الأخرى.

لأخذ النقاط  $a$  و  $b$  والتي لها المسارات (Ca) و (Cb) الشكل (6)، يتم اعتبار القطعة المستقيمة  $ab$  في موقعين متقاربين جداً  $a_1b_1, ab$ . سنقوم بإيجاد التغير في طول القطعة المستقيمة  $ab$  عندما يتحرك المستقيم الذي تنتهي إليه في الفراغ.

نقوم برسم الأعمدة  $a$  و  $b$  من  $aa'$  و  $bb'$  على الترتيب، ويمكنا اعتبار أن  $a'b' = ab$  (كوننا نتعامل مع انزياح صغير). وعندما سيكون التغير في طول القطعة المستقيمة  $ab$  هو :

$$\Delta(ab) = a_1a' + b_1b' \quad (1)$$



الشكل (6)

العلاقة (1) هي مبرهنة Gilbert والتي تنص على ما يلي: التغير في طول قطعة مستقيمة مساوٍ للمجموع الجبري للمسقط القائم لنهايتي المسار على اتجاه القطعة المستقيمة. وإذا كان مسار إحدى النهايتين عمودياً على القطعة المستقيمة، عندها سيعطى التغير بطولها بإسقاط مسار النهاية الأخرى فقط.

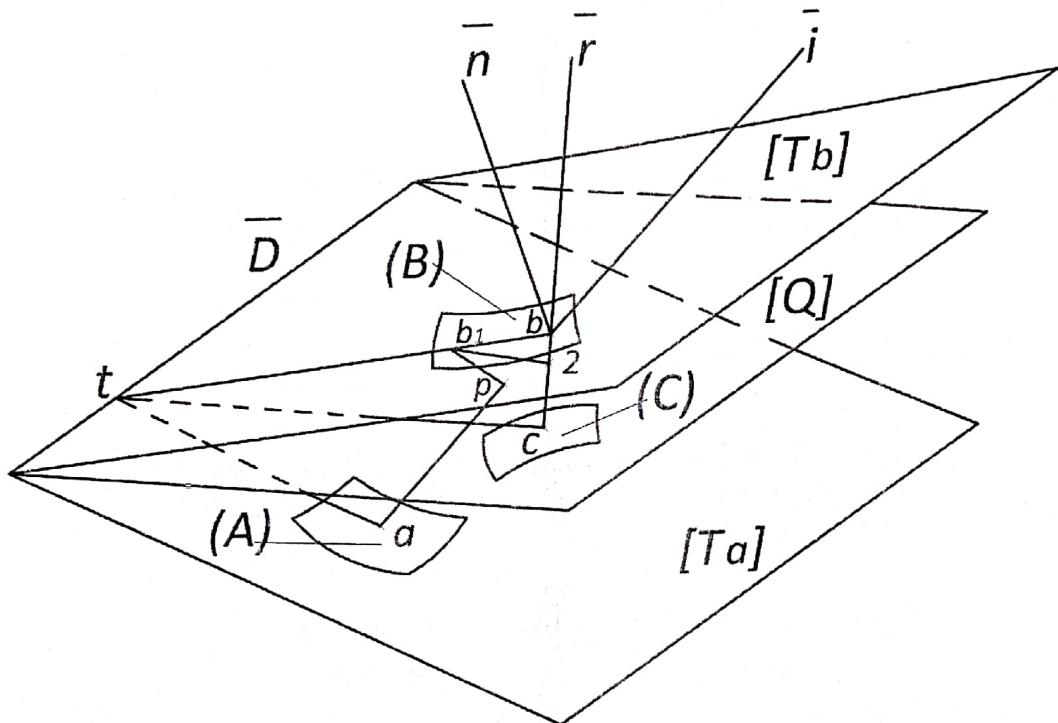
#### 7. تحديد تغير الشعاع المنكسر تخطيطياً والمواافق لتغير صغير في تجاهية المصدر

اعتماداً على مبرهنات Snellius و Malus في علم البصريات الهندسي فإن الشعاع الوارد والشعاع المنكسر والعمود المقام على سطح الورود جميعها تقع في مستوى واحد، ويكون المستوى المحدد بهذه المستقيمات الثلاثة عمودياً على سطح الورود، كما يمكن كتابة العلاقة التالية بين زاوية الورود وزاوية الانكسار:

$$\sin i / \sin r = \lambda = ct. \quad (2)$$

حيث  $i$ : هي زاوية الورود و  $r$ : هي زاوية الانكسار.

ومبرهنة Malus-Dupin التي تنص أنه إذا كان هناك سطحاً  $(C)$  فإن كافة الأشعة المنكسرة عمودية عليه (الشكل 7).



الشكل (7)

في الشكل (7) الشعاع  $ab$  هو شعاع عمودي على السطح المصدر  $(A)$  ويرد بزاوية  $i$  على السطح  $(B)$ ، كما نلاحظ أن الشعاع المنكسر هو  $br$ ، والمستويان  $[Tb]$  و  $[Ta]$  هما المستويان المماسان للسطحين  $(A)$  و  $(B)$  في النقطتين  $a$  و  $b$  على الترتيب، والمستقيم  $D$  هو الفصل المشترك للمستويان  $[Tb]$  و  $[Ta]$ . ومن الواضح أن المستقيم  $D$  عمودي على المستوى المحدد بالعمود  $n$  على السطح  $(B)$  والشعاعين الوارد والمنكسر.

لنقم بإنشاء المستوى  $(Q)$  المار من المستقيم  $D$  والعمودي على الشعاع المنكسر، وتكون نقطة تقاطعهما هي النقطة  $c$ ، وبناءً على ذلك الزاوية بين المستويين  $[Tb]$  و  $[Ta]$  هي  $r$  والزاوية بين المستويين  $[Tb]$  و  $[Q]$  هي  $.r$ .

إذا تحركت النقطة  $a$  حركة صغيرة على السطح ( $A$ ) في  $a_1$ ، عندها تصل النقطة  $b$  إلى الموضع  $b_1$  على السطح ( $B$ )، وبملاحظة النقطة  $t$  نقطة تقاطع المستقيمين  $D$  و  $bb_1$  فمن الواضح أن  $ta$  سيكون عمودياً على  $ab$  و  $tc$  سيكون عمودياً على  $bc$ . لنقم بإنشاء الأعمدة  $b_1p$  و  $b_1q$  على  $ab$  و  $bc$  على الترتيب، عندها سيكون  $b_1p$  و  $b_1q$  موازيان لـ  $ta$  و  $tc$  على الترتيب.

ويمـا أن مسـار الانـزياـح للـنـقطـة  $a_1$  عـلـى السـطـح ( $A$ ) عـمـودـي عـلـى  $ab$ ، فـبـنـاءـا عـلـى مـبـرهـة Gilbert فإن التـغـيـر في الطـول للـشـعـاع الـوارـد  $ab$  سـيـكون مـساـويـا لـلـقطـعة المـسـتـقـيمـة  $bp$ . وبالتالي فإن التـغـيـر في طـول الشـعـاع المـنكـس  $bc$  هو الـقطـعة المـسـتـقـيمـة  $bq$ . وبالتالي فإن التـغـيـر في طـول الـقطـعة المـسـتـقـيمـة باـسـتـخدـام  $\Delta$  نـحـصـل عـلـيـه بـالـتـعـويـض فـيـ الـعـلـاقـة (2):

$$\sin i / \sin r = ba / bc = \lambda \quad (3)$$

إذـا:

$$\Delta(ba) / \Delta(bc) = \lambda \quad (4)$$

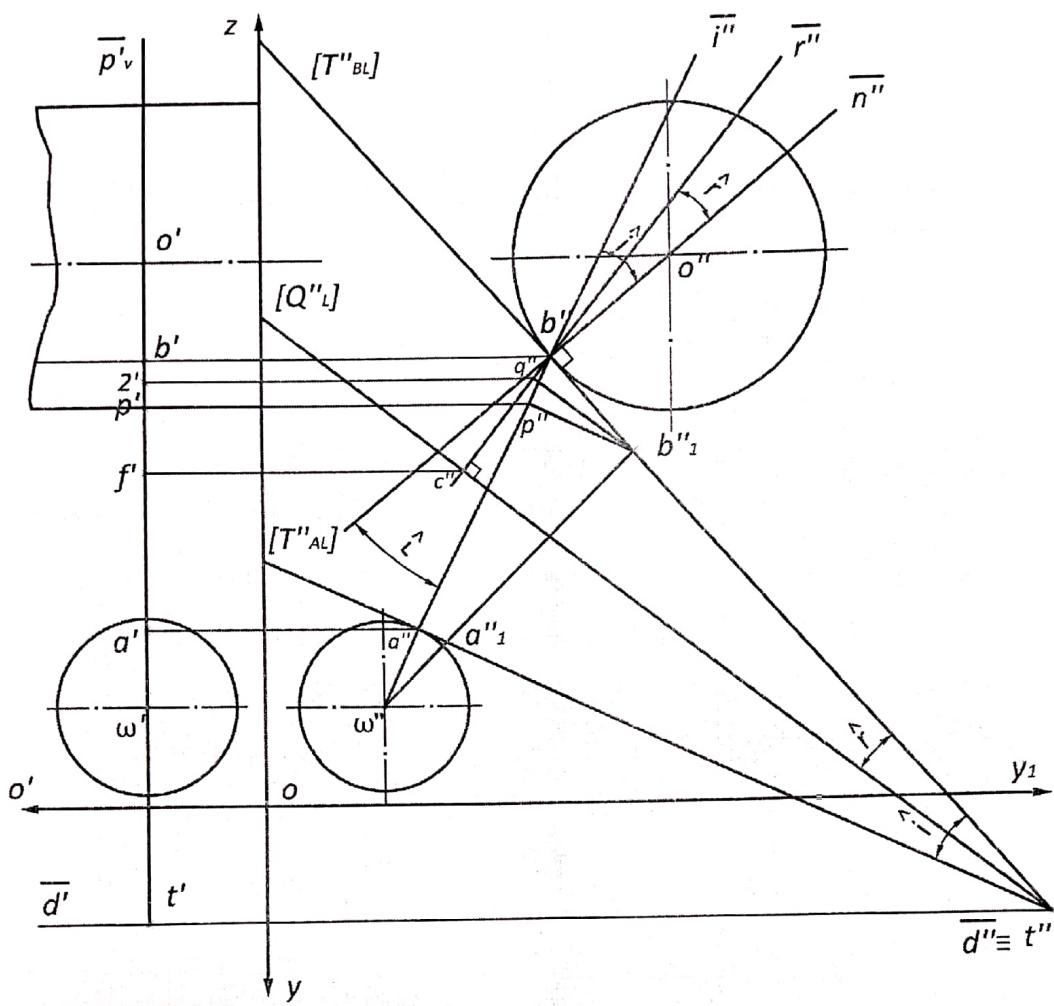
ولـكـن  $\Delta(ba) = bp$ ، وـمـنـ الـمـثـلـيـنـ الـقـائـمـيـنـ  $bqb_1$  و  $bpb_1$  لـدـيـنـا:

$$bp / bq = \lambda \quad (5)$$

(من خـلـال قـيمـ  $\sin r$  و  $\sin i$ )

الـعـلـاقـاتـ (4) و (5) تـظـهـرـ أـنـ  $\Delta(bc) = bq$  وهذا ما نـحـنـ بـصـدـدـ إـثـبـاتـهـ.

وـيـنـفـ الـوقـتـ يـمـكـنـا مـلـاحـظـةـ أـنـ النـقطـةـ  $c$  لـهـا مـسـارـ انـزـياـحـ عـمـودـيـ عـلـىـ الشـعـاعـ المـنكـسـ  $bc$  بـغـضـ النـظرـ عـنـ الـاتـجـاهـ  $bb_1$ ، وبالتالي الشـعـاعـ المـنكـسـ  $bc$  عـمـودـيـ عـلـىـ سـطـحـ (C) مـمـاسـ لـلـمـسـتـوـيـ [Q] فـيـ النـقطـةـ  $c$ .



الشكل (8)

يمثل الشكل (8) حالة خاصة للنظرية المذكورة أعلاه وهي حالة مصدر كروي وسطح انكسار أسطواني مماثلة بواسطة طرق الهندسة الوصفية [5، 6]. وتم تمثيل المسألة على مستوى الإسقاط الجبهي والجاني حيث  $P'$  هو الأثر الجبهي للمستوى ويتحدد هذا المستوى الجاني بالعمود  $n$ ، الشعاع الوارد  $n$  والشعاع المنكسر  $r$  على السطح الأسطواني. وينفس الوقت يمر المستوى  $[P]$  عبر مركز الكرة  $\Omega$  ويقطع الأسطوانة بدائرة المركز  $O$ .

وبالاعتماد على المبرهنات المذكورة أعلاه وعلى ما تم رسمه في الشكل (7)، يمكننا الحصول تخطيطياً وبحجم حقيقي على المستوى الجانبي للإسقاط على التغيرات " $p$ " و " $q$ " للشعاع الوارد " $a$ " والشعاع المنكسر " $c$ "  $b$  والمواقفة لتغير صغير في اتجاهية المصدر (حركة النقطة " $a$ " إلى " $a'$ "). ويحدد هذا الانزياح حركة النقطة " $b$ " إلى " $b'$ ". وإذا قمنا بإنشاء العمودين من النقطة " $b$ " على الشعاعين الوارد والمنكسر يمكننا الحصول على نقاط ارتكاز هذين العمودين في " $p$ " و " $q$ " والذي يمثل الحل التخطيطي للمسألة.

## 8. النتائج والاستنتاجات

**أولاً:** تمكننا في هذا البحث بواسطة الهندسة الوصفية من إعطاء حلول تخطيطية في مجال علم الصوتيات المعماري. وهذه الحلول مفيدة للمهندسين المعماريين الذين يقومون بتصميم الصروح المعمارية المجددة للسطح المخروطية والقطعية مثل الجدران المنحنية، الأعمدة، القبب والأسقف المنحدرة أو غيرها من عناصر البناء، وذلك عندما يأخذ التصميم بعين الاعتبار تأثير هذه الأسطح على الحقل الصوتي الناتج عن أمواج صوتية واردة.

**ثانياً:** كما تمكننا في هذا البحث بواسطة الهندسة الوصفية من إيجاد حلول تخطيطية لبعض المسائل المتعلقة بعلم الصوتيات الهندسي.

أثناء الدراسة الهندسية لمنشأة من الممكن أن نصادف ظاهرة الانكسار على حواجز صوتية مختلفة الأشكال الهندسية (غالباً مستوية، وأيضاً ممكن أن تكون أسطوانية مثل التطبيق الوارد في هذا البحث، أو حتى كروية أو سطوح أخرى من الدرجة الثانية والرابعة).

كما يمكن استخدام دراسة انكسار الأمواج الصوتية في مجال العدسات الصوتية، وفي هذه الحالة يجتاز الشعاع الصوتي ثلاثة طبقات، وباختيار مواد وأشكال هندسية مناسبة لهذه الطبقات بإمكاننا تركيز أو نشر الأشعة الواردة عبر زيادة أو تقليل اتجاهية العدسة الصوتية المستخدمة.

المراجع

1. MANNHEIM A., - Principes et developpements de geometrie cinematique. Ed.Gauthier-Villars, Paris.
2. BRICARD R., - Lecons de cinematique. Ed. Gauthier-Villars, Paris.
3. BORN M., – Opti. Ed. Springer, Berlin.
4. BADARAU E., GRUMAZESCU M., - Bazele acusticiei moderne. Ed.Academie, Bucuresti.
5. TANASESCU A., - Geometrie descriptiva, perspectiva, axonometrie. Ed Didactica si Pedagogica, Bucuresti.
6. OPREA G., - Aspecte ale geometriei cinematice cu aplicatii in optica si acustica geometrica. Proceedings of “Grafica Tehnica si Design 2003”, Universitatea Transilvania din Brasov.
7. BELES A., SOARE M., - Paraboloidul eliptic si hiperbolic in constructii, Editura Academiei, Bucuresti.
8. BADARAU E., GRUMAZESCU M., - Bazele acusticiei moderne. Editura Academiei , Bucuresti.
9. OPREA G., - Studiul reflexiei razelor optice si acustice pe suprafete plane si cilindro-conice cu ajutorul metodelor geometriei descriptive. Proceedings of GRAFICA 2000, Universitatea din Craiova.
10. OPREA G., - A descriptive study in the field of geometrical acoustics regarding the reflection of acoustical rays on pyramidal and spherical surfaces. Proceedings of ICEGD 2005, POLITEHNICA University of Bucharest.
11. TANASESCU A., - Geometrie descriptiva, perspectiva, axonometrie. Editura didactica si pedagogica, Bucuresti.