

# دراسة تقاطع الأجسام الدورانية الأسطوانية تحليلياً وتخطيطياً للحصول على منشور منحني التقاطع\*

## ملخص

إن مسألة تقاطع الأجسام الدورانية الأسطوانية تعتبر من المسائل ذات الأهمية الخاصة، سواءً في الدراسات النظرية أو في التطبيقات العملية، كما في مشاريع الإمداد بالمياه ومشاريع الري ومشاريع النفط والغاز وغيرها من المشاريع الصناعية التي تتضمن أعمال الأنابيب والخزانات الأسطوانية الشكل.

في هذا البحث سنقوم بدراسة مسألة تقاطع الأجسام الدورانية الأسطوانية. سنقوم بحل هذه المسألة بالطريقة التحليلية وبالطريقة التخطيطية. يتضمن الحل بالطريقة التحليلية الحصول على المعادلات الخاصة بمنحني التقاطع الناتج، أما ناتج الحل التخطيطي الذي يستند إلى أسس الهندسة الوصفية وطريقة الكرات المساعدة فهو الحصول على شكل منحني التقاطع وتحديد مساقطه. وعلى الرغم من أهمية الحصول على منحني التقاطع ومعادلاته ومساقطه، فإن الوصول إلى منشور منحني التقاطع وتمثيله بيانياً هو الأهم وهو غاية هذا البحث، وهذا ما سنبينه من خلال مثال عملي عددي يتضمن عدة حالات للتقاطع المدروس.

\* د. تيسير خليل – أستاذ في قسم العلوم الأساسية في كلية الهندسة المدنية

# دراسة تقاطع الأجسام الدورانية الأسطوانية تحليلياً وتخطيطياً للحصول على منشور منحنى التقاطع

## 1- مقدمة

إن مسألة تقاطع أسطوانتين دورانيتين يمكن حلها وفق الطريقة التخطيطية إما عن طريق المستويات المساعدة أو الكرات المساعدة.  
إن استخدام طريقة الكرات المساعدة لها خاصيتين أساسيتين تميزها عن بقية الطرق، وهما:

- السرعة
- إمكانية التطبيق عندما تكون الأسطح الدورانية ممثلة في مستوى واحد فقط من مستويات الإسقاط.

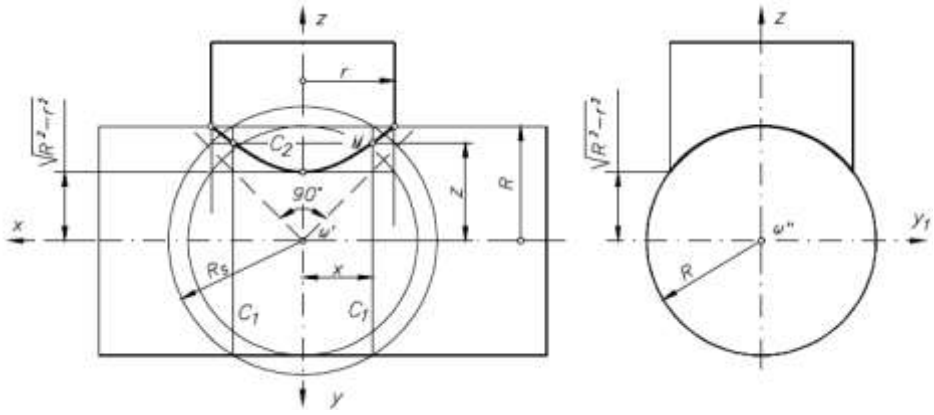
يشترط لصحة تطبيق طريقة الكرات المساعدة أن يكون للأسطح الأسطوانية الدورانية محاور متقاطعة وموازية لمستوي الإسقاط.  
عند حل هذه المسألة وفق الطريقة التحليلية، ستكون غايتنا هي إيجاد العلاقة الرياضية المحددة لمنحنى التقاطع.

فيما يلي سوف نلاحظ التشابه في النتائج ما بين الطريقة التحليلية والتخطيطية من خلال دراسة الحالات العملية الأكثر شيوعاً، ألا وهي تقاطع سطحين أسطوانيين محاورهما متقاطعة وموازية لمستوي الإسقاط الشاقولي.  
وفيما يلي سوف نبين خطوات الحل وفق الطريقة التحليلية وثم الطريقة التخطيطية.

## 2- تقاطع أسطوانتين دورانيتين وفق الطريقة التحليلية

ليكن لدينا الأسطوانة الدورانية المبينة في الشكل (1). إن معادلة الأسطوانة الشاقولية التي نصف قطرها  $r$  و محور تناظرها  $OZ$  هي:

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= r^2 \\ z &= z \end{aligned} \right\} \quad (1)$$



الشكل (1) تقاطع أسطوانتان دورانيتان  $r > R$

إن معادلة الأسطوانة الأفقية التي نصف قطرها  $R$  ومحور تناظرها  $OX$  هي:

$$\left. \begin{aligned} z^2 + y^2 &= R^2 \\ x &= x \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

إن تقاطع الأسطوانتين الممثلتين بالمعادلتين (1) و (2) هو عبارة عن منحني فرا

غي مسقطه الشاقولي هو قطع زائد مساوي الفرعين معادلته هي:

$$z^2 - x^2 = R^2 - r^2 \quad (3)$$

من أجل  $x = \pm r$  فإننا نحصل على  $z = \pm R$ ، والتي هي عبارة عن نقطتي تقاطع مولدات الكونطور الظاهري للأسطوانتين الممثلتين في الشكل (1).

من أجل  $x = 0$  فإننا نحصل على  $z = \pm\sqrt{R^2 - r^2}$ ، والتي هي عبارة عن ذروتي فرعي القطع الزائد والواقعتين على المحور  $OZ$ .

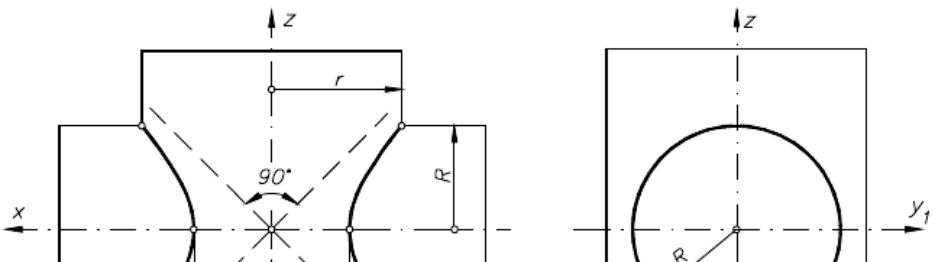
من أجل  $R = r$  فإن المعادلة (3) تأخذ الشكل التالي:

$$(z - x)(z + x) = 0 \quad (4)$$

المستقيمان الممثلان بالمعادلة (4) هما الخطان المقاربان المتعامدان لفرعي القطع الزائد.

من أجل  $r > R$  فإن المعادلة (3) تأخذ الشكل التالي:

$$x^2 - z^2 = r^2 - R^2 > 0 \quad (5)$$



المعادلة (5) تمثل قطع زائد متساوي الفرعين محور تناظره  $OX$ ، كما هو مبين في الشكل (2)، ويملك نفس الخطين المقاربين الممثلين بالمعادلة (4).

إن نقطتي تقاطع مولدات الكونتور الظاهري ونقاط الذرة لفرعي القطع الزائد يتم تحديدها بشكل مشابه لما هو وراة في القطع الزائد المثل في الشكل (1).

### 3- تقاطع أسطوانتين دورائيتين وفق الطريقة التخطيطية

لنأخذ كرة مساعدة نصف قطرها  $R_s$  متقاطعة مع الأسطوانتين المدروستين. إن ناتج التقاطع هو الدائرة  $C_1$  بالنسبة للأسطوانة التي قطرها  $R$ ، والدائرة  $C_2$  بالنسبة للأسطوانة التي نصف قطرها  $r$ ، كما هو موضح في الشكل (1).

إن النقطة  $M$  المشتركة بين الدائرتين  $C_1$  و  $C_2$  هي نقطة تقع على منحنى تقاطع الأسطوانتين، ويمكن حساب إحداثيات هذه النقطة عن طريق المعادلتين التاليتين:

$$x^2 = R_s^2 - R^2 \quad (6)$$

$$z^2 = R_s^2 - r^2 \quad (7)$$

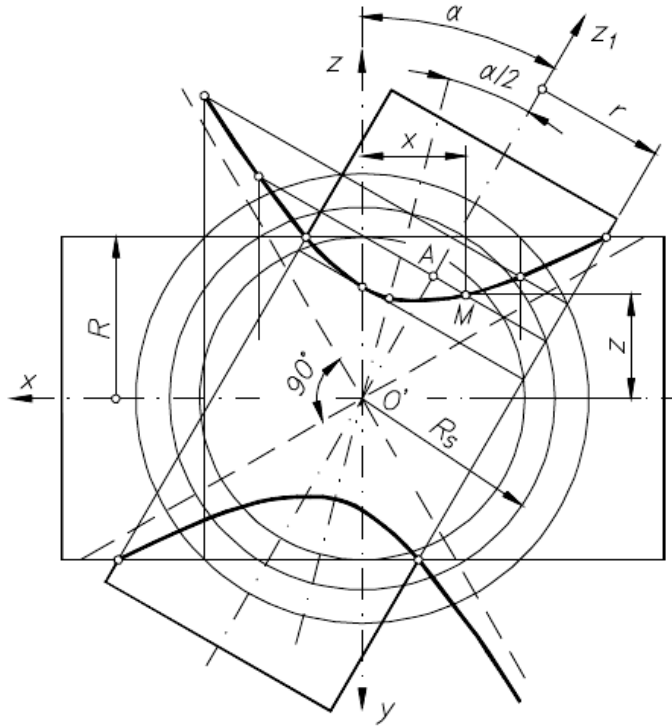
ولحذف  $R_s$  من المعادلتين (6) و (7) نطرح المعادلتين من بعضهما، وبالإصلاح نحصل على المعادلة (8) التي هي معادلة المسقط الشاقولي لمنحنى تقاطع الأسطوانتين.

$$z^2 - x^2 = R^2 - r^2 \quad (8)$$

بالتدقيق نجد أن المعادلة (8) متطابقة مع المعادلة (3)، وهي تمثل فرعي القطع الزائد الذي محور تناظره  $OZ$ .

في الحالة التي يكون فيها الأسطوانتان الدورانيتان لهما محوران غير متعامدين، كما هو مبين في الشكل (3)، فإن المسقط الشاقولي لمنحني التقاطع هو أيضاً قطع زائد في الحالة العامة. بالتالي فإن الإحداثي  $x$  للنقطة  $M$  الواقعة على منحنى التقاطع يمكن إيجاده عن طريق أخذ منحنيات مساعدة وسنجد أن:

$$x = R_s^2 - R^2 \quad (9)$$



الشكل (3) تقاطع أسطوانتان دورانيتان محوراهما غير متعامدين  $R > r$

من الشكل (3) نلاحظ أن:

$$OA^2 = R_s^2 - r^2 \quad (10)$$

إن معادلة المستقيم المار عبر النقطة  $A$  والعمود على المحور  $z_1$  للأسطوانة المائلة التي نصف قطرها  $r$  هي:

$$z = -x \tan \alpha + \frac{OA}{\cos \alpha} \quad (11)$$

وبالتعويض نجد:

$$z = -x \tan \alpha + \frac{\sqrt{R_s^2 - r^2}}{\cos \alpha} \quad (12)$$

وبحذف  $R_s$  من المعادلتين (9) و (12) والإصلاح، فإننا نحصل على المعادلة التي تحدد المحل الهندسي لجملة النقاط  $M$ ، وهي:

$$z^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left[ (1 + \sin^2 \alpha) x^2 - r^2 + R^2 - 2x \sin \alpha \sqrt{x^2 + R^2 - r^2} \right] \quad (13)$$

بما أن أمثال الحد  $x^2$  الوارد في المعادلة (13) هي موجبة دائماً، فإننا نستنتج إن هذه المعادلة هي معادلة قطه زائد.

من أجل  $\alpha = 0$  فإن المعادلة (13) تأخذ الشكل التالي:

$$z^2 - x^2 = R^2 - r^2 \quad (14)$$

وهي معادلة قطع زائد متساوي الفرعين وهي متطابقة مع المعادلة (8).

من أجل  $R = r$  فإننا سوف نحصل على المعادلة التالية:

$$z^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} x^2 (1 + \sin^2 \alpha \pm 2 \sin \alpha) \quad (15)$$

وبالتعويض نجد:

$$z^2 = \frac{(1 \pm \sin \alpha)^2}{\cos^2 \alpha} x^2 \quad (16)$$

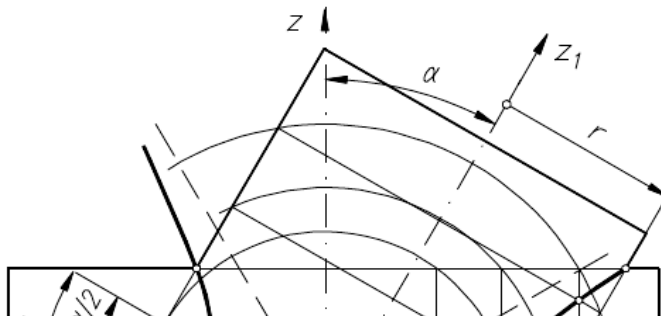
المستقيمان الممثلان بالمعادلة (16) هما الخطان المقاربان المتعامدان لفرعي القطع الزائد، كما في الشكل (3).

من أجل  $x = 0$ ، فإن:

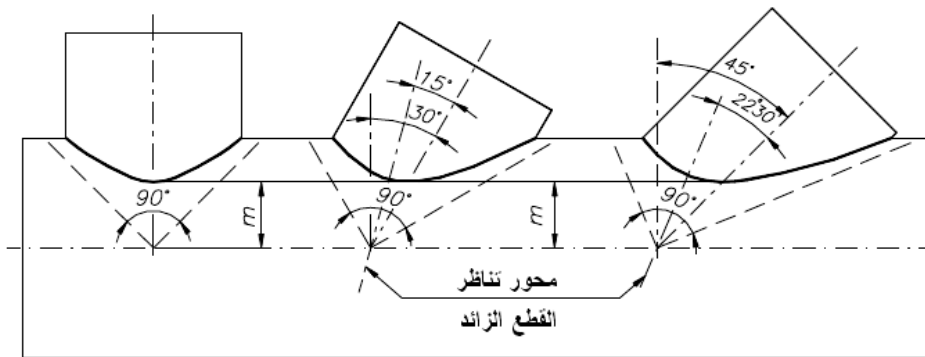
$$z^2 = \frac{(R^2 - r^2)}{\cos^2 \alpha} \quad (17)$$

وهي عبارة عن نقاط تقاطع القطع الزائد.

من أجل  $R < r$  فسكون  $R^2 - r^2 < 0$ ، وسيكون القطع الزائد هو كما يبين الشكل (4).



بدراسة الشكلان (3) و (4) فإنه يمكننا أن نلاحظ أنه بتدوير الأسطوانة الشاقولية بزاوية مقدارها  $\alpha$  سيتسبب بدوران محور التناظر لفرعي القطع الزائد بزاوية مقدارها  $\alpha/2$ .



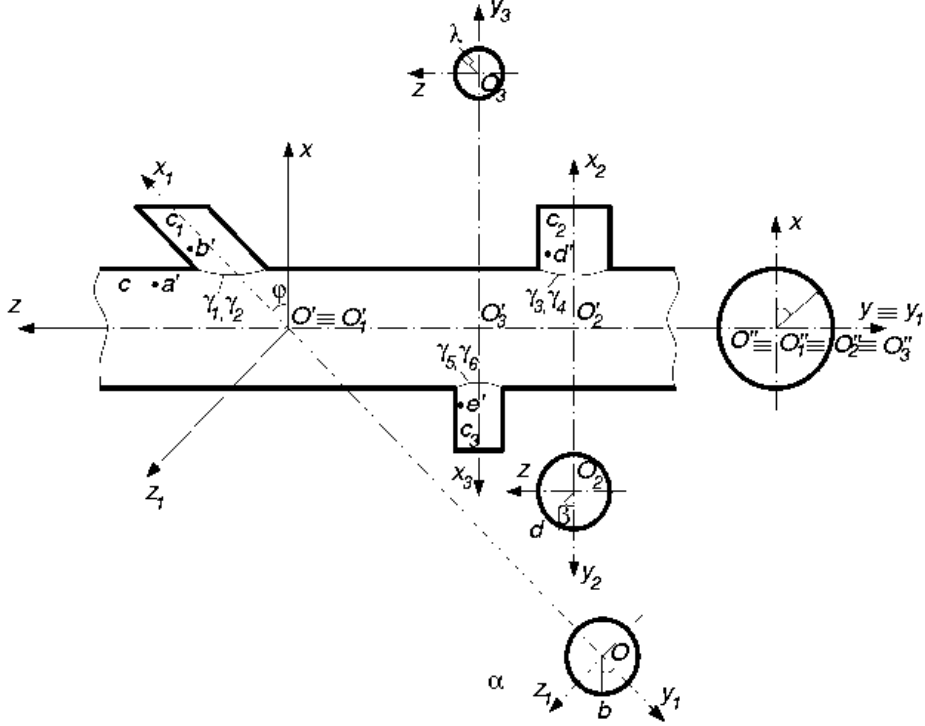
الشكل (5) عدة أشكال لمنحني تقاطع أسطوانتين درائيتين

يبين

متساوي الفرعين الناتج عن التقاطع وذلك في حالة تقاطع أسطوانة أفقية مع أسطوانة شاقولية وأخرى مائلة بزاوية  $30^\circ$  مع الشاقول وأخيرة مائلة بزاوية  $45^\circ$  مع الشاقول.

يمكننا أن نلاحظ أن النقاط الأخفض من منحنى التقاطع في كل الحالات لها نفس الوضعية.

#### 4- تطبيق عملي عددي



الشكل (1) عناصر الأسطوانات الأربع المدروسة

إن الحسابات المتعلقة بنشر السطوح الدورانية لها تطبيقات عديدة، خصوصاً عند دراسة تقاطعات الأنابيب المتساوية الأقطار أو المختلفة الأقطار. سوف نقوم بدراسة منحنى التقاطع الكائن بين الأجسام الأسطوانية الدورانية من أجل الوصول إلى نشر هذا المنحنى من خلال مثال تطبيقي عددي.

من أجل توضيح هذه الفكرة سوف ندرس أربع أسطوانات هي كالتالي:

- الأسطوانة C قطرها  $D = 48mm$

- الأسطوانة  $C_1$  قطرها  $D_1 = 30mm$

- الأسطوانة  $C_2$  قطرها  $D_2 = 30mm$



- الأسطوانة  $C_3$  قطرها  $D_3 = 20mm$

وبحيث يكون  $O_2O_3 = 40mm$  و  $OO_3 = 80mm$  و  $\varphi = 45^\circ$ .

إن إيجاد مساقط منحنيات التقاطع تتطلب حلاً وفق المرحلتين التاليتين:

- صياغة معادلات المنحنيات الناتجة عن تقاطع الأجسام المطلوب نشرها.

- صياغة معادلات التحويلات لمنحنيات التقاطع المنشورة وتمثيلها بيانياً.

#### 4.1- حساب منحنى التقاطع $\gamma_1$ للأسطوانة $C$ ومنحنى التقاطع $\gamma_2$ للأسطوانة $C_1$

من الشكل (1) سندرس تقاطع الأسطوانة  $C$  (والتي قطرها  $D$  وجلة محاورها

الرئيسية هي  $Oxyz$ ) مع الأسطوانة  $C_1$  (والتي قطرها  $D_1$  وجلة محاورها الرئيسية هي

$O_1x_1y_1z_1$ )، مع الأخذ بعين الاعتبار الوضعية الخاصة ما بين  $O$  و  $O_1$  وما بين  $y$

و  $y_1$ .

إن معادلتى الأسطوانتين وفق جملة المحاور الرئيسية الخاصة بكل أسطوانة هما:

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (1)$$

$$y^2 + z_1^2 = R_1^2 \quad (2)$$

فإذا قمنا بتدوير جملتي المحاور الرئيسيتين بالنسبة لبعضهما بالزاوية  $\varphi$ ، فإن معادلات

تحويل الإحداثيات من جملة المحاور  $Oxyz$  إلى  $O_1x_1y_1z_1$  وبالعكس ستكون:

$$x_1 = x \cos \varphi + z \sin \varphi \quad (3)$$

$$z_1 = z \cos \varphi - x \sin \varphi \quad (4)$$

$$x = x_1 \cos \varphi - z_1 \sin \varphi \quad (5)$$

$$z_1 = x_1 \sin \varphi + z_1 \cos \varphi \quad (6)$$

وباعتبار أن جملة المحاور  $Oxyz$  هي الجملة المرجعية لكلتا الأسطوانتين ومعادلتيهما،

وبعد حذف المتحول  $y$ ، فإننا نحصل على معادلة المسقط الشاقولي لنواتج التقاطع،

وهي:

$$z^2 - 2x \tan \varphi z + \frac{R^2 - R_1^2}{\cos^2 \varphi} - x^2 = 0 \quad (7)$$

إن معادلة التحويل الخاصة بالمنحنى  $\gamma_1$  الخاص بالأسطوانة  $C$  يتم الحصول عليها

بتطبيق التحويلين الواردين في المعادلتين (8) و (9) التاليتين على المعادلة (7).

$$x = R \cos \theta = R \cos x_d / R \quad (8)$$

$$z = z_d \quad (9)$$

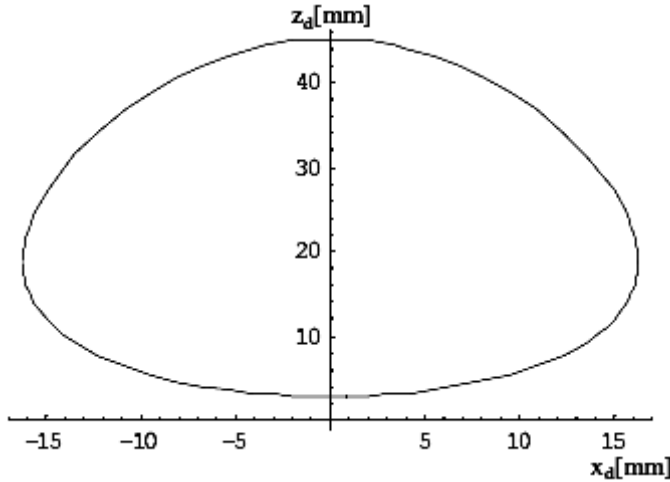
حيث أن  $x_d$  و  $z_d$  هما إحداثيا النقطة  $A$  بعد النشر. يتم تمثيل النقطة  $A$  عن طريق مسقطيها وعندئذ نحصل على العلاقة التالية:

$$z_d^2 - 2Rz_d \cos \frac{x_d}{R} \tan \varphi + \left[ \frac{R^2 - R_1^2}{\cos^2 \varphi} - R^2 \cos^2 \frac{x_d}{R} \right] \quad (10)$$

ويكون ناتج الحل هو:

$$\left. \begin{aligned} z_{d1,2} &= R \cos \frac{x_d}{R} \tan \varphi \pm \frac{1}{\cos \varphi} \sqrt{R_1^2 - R^2 \sin^2 \frac{x_d}{R}} \\ x_d &\in \{-R \arcsin R_1/R, R \arcsin R_1/R\} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

بالتمثيل البياني للمعادلة (11)، فإننا نحصل على الشكل (2) الذي يمثل منحنى التقاطع  $\gamma_1$  الخاص بالأسطوانة  $C$  بعد النشر.



**الشكل (2)** منشور منحنى التقاطع  $\gamma_1$  الخاص بالأسطوانة  $C$  أما معادله المنحني  $\gamma_2$  الخاص بالاسطوانة  $C_1$  فإنه يتم الحصول عليها بتطبيق التحويلات الواردين في المعادلتين (12) و (13) التاليتين على المعادلة (7).

$$x_1 = x_{d1} \quad (12)$$

$$z_1 = R_1 \sin \alpha = R_1 \sin z_{d1}/R \quad (13)$$

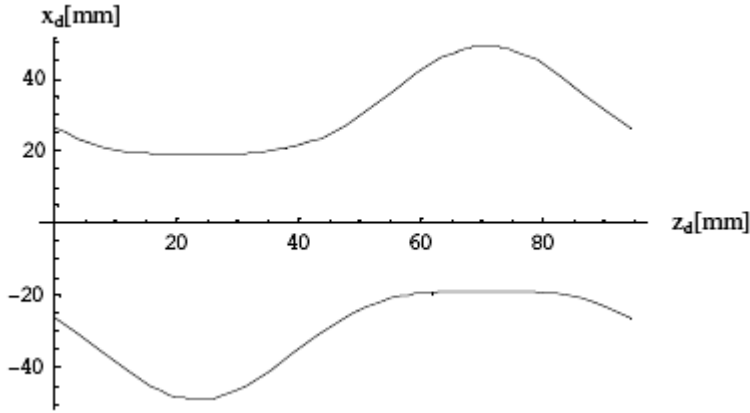
حيث أن  $x_{d1}$  و  $z_{d1}$  هما إحداثيا النقطة  $B$  بعد النشر. يتم تمثيل النقطة  $B$  عن طريق مسقطيها وعندئذ نحصل على العلاقة التالية:

$$x_{d1}^2 + 2R_1 \sin \frac{z_{d1}}{R_1} x_{d1} - R_1^2 \sin^2 \frac{z_{d1}}{R_1} - \frac{R^2 - R_1^2}{\cos^2 \varphi} = 0 \quad (14)$$

ويكون ناتج الحل هو:

$$\left. \begin{aligned} x_{d1} &= -R \sin \frac{z_{d1}}{R_1} \pm \frac{1}{\cos \varphi} \sqrt{R^2 - R_1^2 \cos^2 \frac{z_{d1}}{R_1}} \\ z_{d1} &\in \{0, 2\pi R_1\} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

بالتمثيل البياني للمعادلة (15)، فإننا نحصل على الشكل (3) الذي يمثل منحنى التقاطع  $\gamma_2$  الخاص بالأسطوانة  $C_1$  بعد النشر.



الشكل (3) منشور منحنى التقاطع  $\gamma_2$  الخاص بالأسطوانة  $C_1$

#### 4.2- حساب منحنى التقاطع $\gamma_3$ للأسطوانة $C$ ومنحنى التقاطع $\gamma_4$ للأسطوانة $C_2$

من الشكل (1) سندرس تقاطع الأسطوانة  $C$  (والتي قطرها  $D$  وجلة محاورها الرئيسية هي  $Oxyz$ ) مع الأسطوانة  $C_2$  (والتي قطرها  $D_2$  وجلة محاورها الرئيسية هي

مع الأخذ بعين الاعتبار الوضعية الخاصة ما بين  $x$  و  $x_2$  وما بين  $y$  و  $y_2$  وما بين  $z$  و  $z_2$ ،  $(O_2x_2y_2z_2)$

إن معادلتَي الأسطوانتين وفق جملة المحاور الرئيسية الخاصة بكل أسطوانة هما:

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (16)$$

$$y^2 + z^2 = R_2^2 \quad (17)$$

بعد حذف المتحول  $y$ ، فإننا نحصل على معادلة المسقط الشاقولي لنتائج التقاطع، وهي:

$$x^2 + R_2^2 - z^2 - R^2 = 0 \quad (18)$$

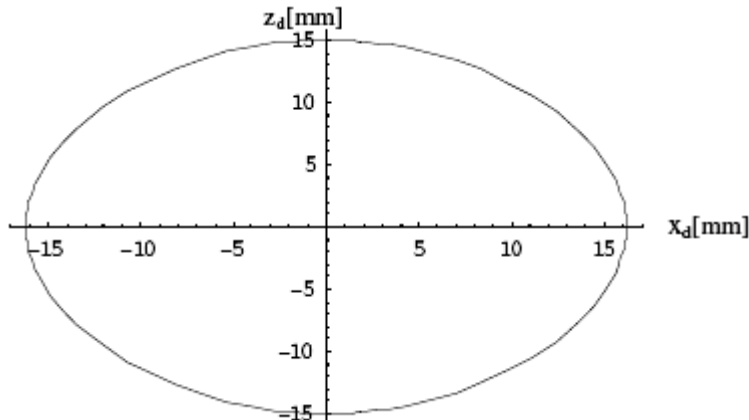
إن معادلة التحويل الخاصة بالمنحني  $\gamma_3$  الخاص بالأسطوانة  $C$  يتم الحصول عليها بتطبيق التحويلين الواردين في المعادلتين (8) و (9) على المعادلة (18).

$$z_d^2 + R^2 - R^2 \cos^2 \frac{x_d}{R} - R_2^2 = 0 \quad (19)$$

ويكون ناتج الحل هو:

$$\left. \begin{aligned} z_{d1,2} &= \pm \sqrt{R_2^2 - R^2 \sin^2 \frac{x_d}{R}} \\ x_d &\in \{-R \arcsin R_2/R, R \arcsin R_2/R\} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

بالتمثيل البياني للمعادلة (20)، فإننا نحصل على الشكل (4) الذي يمثل منحنى التقاطع  $\gamma_3$  الخاص بالأسطوانة  $C$  بعد النشر.



أما معادلة المنحني  $\gamma_4$  الخاص بالأسطوانة  $C_2$  فإنه يتم الحصول عليها بتطبيق التحويلين الواردين في المعادلتين (21) و (22) التاليتين على المعادلة (18).

$$x_2 = x_{d2} \quad (21)$$

$$z_2 = R_2 \cos \beta = R_2 \sin z_{d2}/R_2 \quad (22)$$

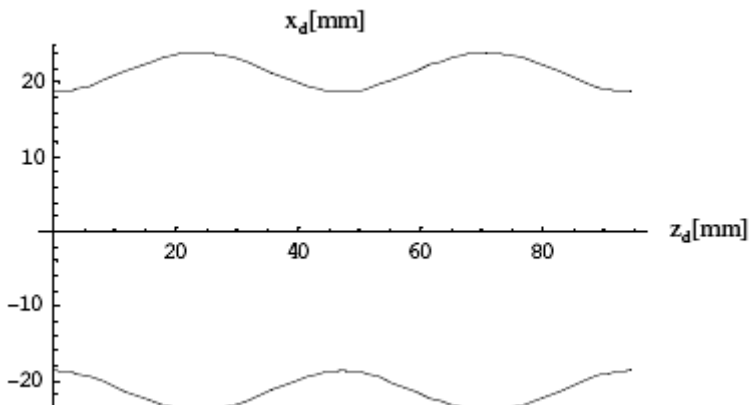
حيث أن  $x_{d2}$  و  $z_{d2}$  هما إحداثيا النقطة  $D$  بعد النشر. يتم تمثيل النقطة  $D$  عن طريق مسقطيها وعندئذ نحصل على العلاقة التالية:

$$x_{d2}^2 + R_2^2 - z^2 - R^2 = 0 \quad (23)$$

ويكون ناتج الحل هو:

$$\left. \begin{aligned} x_d &= \pm \sqrt{R^2 - R_2^2 \cos^2 \frac{x_d}{R_2}} \\ z_d &\in \{0, 2\pi R_2\} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

بالتمثيل البياني للمعادلة (24)، فإننا نحصل على الشكل (5) الذي يمثل منحنى التقاطع  $\gamma_4$  الخاص بالأسطوانة  $C_2$  بعد النشر.



### 4.3- حساب منحنى التقاطع $\gamma_5$ للأسطوانة $C$ ومنحنى التقاطع $\gamma_6$ للأسطوانة $C_3$

من الشكل (1) سندرس تقاطع الأسطوانة  $C$  (والتي قطرها  $D$  وجلة محاورها الرئيسية هي  $Oxyz$ ) مع الأسطوانة  $C_3$  (والتي قطرها  $D_3$  وجلة محاورها الرئيسية هي  $O_3x_3y_3z_3$ )، مع الأخذ بعين الاعتبار الوضعية الخاصة ما بين  $x$  و  $x_3$  وما بين  $y$  و  $y_3$  وما بين  $z$  و  $z_3$ .

إن معادلتى الأسطوانتين وفق جملة المحاور الرئيسية الخاصة بكل أسطوانة هما:

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (25)$$

$$y^2 + z^2 = R_3^2 \quad (26)$$

بعد حذف المتحول  $y$ ، فإننا نحصل على معادلة المسقط الشاقولي لنتاج التقاطع، وهي:

$$x^2 + R_3^2 - z^2 = R^2 \quad (27)$$

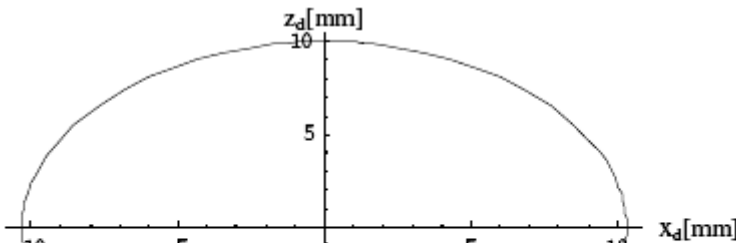
إن معادلة التحويل الخاصة بالمنحنى  $\gamma_5$  الخاص بالأسطوانة  $C$  يتم الحصول عليها بتطبيق التحويلين الواردين في المعادلتين (8) و (9) على المعادلة (27).

$$z_d^2 + R^2 - R^2 \cos^2 \frac{x_d}{R} - R_3^2 = 0 \quad (28)$$

ويكون ناتج الحل هو:

$$\left. \begin{aligned} z_{d1,2} &= \pm \sqrt{R_3^2 - R^2 \sin^2 \frac{x_d}{R}} \\ x_d &\in \{-R \arcsin R_3/R, R \arcsin R_3/R\} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

بالتمثيل البياني للمعادلة (29)، فإننا نحصل على الشكل (6) الذي يمثل منحنى التقاطع  $\gamma_5$  الخاص بالأسطوانة  $C$  بعد النشر.



أما معادلة المنحني  $\gamma_6$  الخاص بالأسطوانة  $C_3$  فإنه يتم الحصول عليها بتطبيق التحويلين الواردين في المعادلتين (30) و (31) التاليتين على المعادلة (27).

$$x_3 = x_{d3} \quad (30)$$

$$z_3 = R_3 \sin \lambda = R_3 \sin z_{d3}/R_3 \quad (31)$$

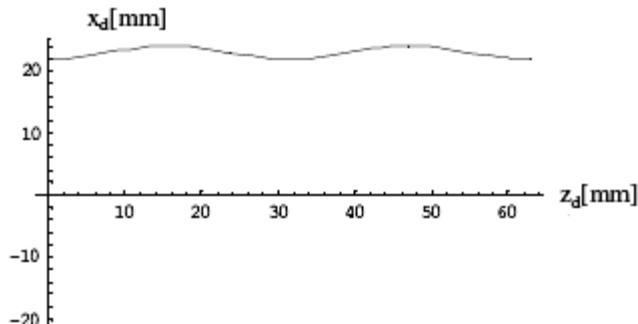
حيث أن  $x_{d3}$  و  $z_{d3}$  هما إحداثيا النقطة  $E$  بعد النشر. يتم تمثيل النقطة  $E$  عن طريق مسقطيها وعندئذ نحصل على العلاقة التالية:

$$x_{d3}^2 + R_3^2 - (R_3 \sin \frac{z_{d3}}{R_3})^2 - R^2 = 0 \quad (32)$$

ويكون ناتج الحل هو:

$$\left. \begin{aligned} x_{d3} \pm \sqrt{R^2 - (R_3 \cos \frac{z_{d3}}{R_3})^2} \\ z_{d3} \in \{0, 2\pi R_3\} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

بالتمثيل البياني للمعادلة (33)، فإننا نحصل على الشكل (7) الذي يمثل منحنى التقاطع  $\gamma_6$  الخاص بالأسطوانة  $C_3$  بعد النشر.



#### 4- النتائج

لقد قمنا في هذا البحث بحل مسألة تقاطع الأجسام الأسطوانية الدورانية في عدة حالات تشمل تقاطع أسطوانتين متساويتي القطرين ومختلفتي القطرين، وتقاطع أسطوانتين محوراها متعامدين أو غير متعامدين. كانت نتائج الدراسة متطابقة عند الدراسة وفق الطريقة التحليلية والتخطيطية، إلا أن الطريقة التخطيطية المستندة إلى الهندسة الوصفية تحدد لنا شكل منحنى التقاطع، وبالتالي يمكننا إسقاط هذا المنحنى على مستويات الإسقاط المتعامدة، في حين أن الطريقة التحليلية تحدد لنا المعادلة الرياضية لمنحنى التقاطع. إن منحنى التقاطع الناتج هو عبارة قطع زائد مهما كانت وضعية الأسطوانتين المتقاطعتين، وهذا ما توصلنا إليه سواءً في الطريقة التحليلية أو في الطريقة التخطيطية.

في المشاريع الهندسية التي تستند إلى أعمال الأنابيب والخزانات الأسطوانية كمشاريع تمديد المياه ومشاريع أنابيب النفط والغاز العديد غيرها من المشاريع الصناعية يكون حل مسألة تقاطع الأنابيب مع بعضها البعض وتقاطعها مع الخزانات الأسطوانية هو أمر في غاية الأهمية ولا يمكن تركه لخبرة العمالة في المشروع حيث تحتمل الخطأ والصواب من خلال التجريب. لقد قمنا في هذا البحث بعملية نشر منحنى التقاطع الفراغي مما يقدم طريقة صحيحة ودقيقة وعملية لحل مسألة تقاطع الأجسام الأسطوانية، وهو أمر لا غنى عنه في مثل هذه المشاريع، في حال تقاطع الخزانات الأسطوانية الضخمة مع الأنابيب ذات الأقطار الكبيرة.



لقد وجدنا أنه في حالة تقاطع أسطوانتين غير متساويتي القطر، فإن منشور منحنى التقاطع عند الأسطوانة ذات القطر الأكبر منحنى مغلق ذو شكل بيضوي، في حين أنه في الأسطوانة ذات القطر الأصغر فهو على شكل خطين منحنيين. تبين من خلال الدراسة أنه في حال كون محوري الأسطوانتين المتقاطعتين متعامدين، فإن منشور منحنى التقاطع البيضوي عند الأسطوانة ذات القطر الأكبر يكون متناظراً، أما في حال عدم تعامدهما، فإن منشور هذا المنحنى البيضوي غير متناظر.

المراجع العلمية

1. Obradivic R., **Facta scientific Journal**, Architecture and Civil Engineering, "*Determination Of Intersecting Curve Between Two Surfaces Of Revolution With Parallel Axes By using Auxiliary Planes And Auxiliary Spheres*", Vol. 2 N 4, 2002, pp. 267-272.
- 2.

# **Studying The Intersection Of Rotational Cylinders Analytically And Graphically To Obtain The Unfolding Of The Intersection Curve**

## **Abstract**

The problem of intersection between rotational cylindrical bodies is considered as a problem of special importance, either in theoretical studies, or in practical applications, such that in water supply projects, irrigation projects, oil and gas projects and other industrial projects that involves piping and cylindrical tanks works.

In this paper we will study the problem of intersection between rotational cylindrical bodies. We will solve this problem using the analytical method and the graphical method. The analytical solution includes acquiring the equations of the resulting intersection curve, whereas in the graphical solution, which relies on descriptive geometry and the method of auxiliary spheres, the result is acquiring the shape of the intersection curve and determining its projections. In spite of the importance of reaching the intersection curve, the acquiring of the unfolding of the intersection curve and its graphical plot is more important and it is the aim of this research. We will demonstrate this issue via a numerical practical example including various cases of studied intersection.